Practical implications. Conducted researches confirmed practical expedience of application of algorithmic synthesis of optimum regulators, with the use of principle of symmetry on the basis of dynamic models, to the management by the boring complexes.

***Keywords**: boring complexes, management, synthesis of optimum regulators, principle of symmetry, dynamic models*

УДК 519.85

© С.А. Ус, О.Д. Станина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗМЕЩЕНИЯ ОБОГАТИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА С УЧЕТОМ НЕПРЕРЫВНО РАСПРЕДЕЛЕННОГО РЕСУРСА

© S. Us, O. Stanina

MODELING PLACEMENT OF THE CONCENTRATING INDUSTRY WITH CONTINUOUSLY DISTRIBUTED RESOURCE

Рассмотрена технологическая схема работы горнодобывающего предприятия. Выполнен анализ существующих математических моделей размещения многоэтапного производства на примере горнодобывающей промышленности. Предложена новая математическая модель в смешанной постановке для многоэтапной задачи размещения обогатительного производства. В качестве критерия задачи оптимального размещения выбрана суммарная стоимость доставки продукции.

Розглянуто технологічну схему роботи гірничодобувного підприємства. Виконано аналіз існуючих математичних моделей розміщення багатоетапного виробництва на прикладі, гірничодобувної промисловості. Запропоновано нову математичну модель в змішаній постанові для багатоетапної задачі розміщення збагачувального виробництва. В якості критерію задачі оптимального розміщення обрана сумарна вартість доставки продукції.

Введение. Горнодобывающая промышленность Украины отличается высокой степенью концентрации и большими масштабами производства, позволяющими удешевлять стоимость добычи и применять современную технику. Однако, в последнее время, в центре внимания всего мира и Украины, в частности, все чаще становятся задачи повышения конкурентоспособности за счет снижения затрат и улучшения качества показателей реализации продукции.

Характерным для развития этой отрасли является необходимость развития новых предприятий (например, разработка новых месторождений) и модернизации или реорганизации имеющихся, в связи с чем возникает задача оптимального размещения предприятий на данной территории.

При решении этой задачи необходимо учитывать различные факторы (экономические, социальные, экологические) и особенности отрасли, что в современных условиях невозможно без использования математического аппарата и информационных технологий. Поэтому создание адекватных математических моделей задач размещения производства является актуальным.

Состояние вопроса. Задачи размещения предприятий интересовала многих исследователей на протяжении достаточно длительного периода времени. Они возникают при решении широкого круга вопросов в самых различных областях практической деятельности.

Постоянный интерес к этой проблеме подтверждается большим количеством публикаций, посвященных разработке математических моделей, эффективных методов и алгоритмов решения различных задач размещения. Обзор задач размещения представлен в работе [1].

Целью исследования является научное обоснование размещения объектов горно-обогатительного комплекса.

Задача исследования предложить систему математических моделей для размещения обогатительного производства.

Основная часть. Изначально, при исследователями в области экономики были выделены группы факторов, которые необходимо учитывать при решении задач размещения, а именно: природно-географические, социально–демографические, технико-экономические, социально-экономические, экологические, транспортные, поскольку только учет всей совокупности неравнозначных пространственных условий, ресурсов и их свойств и правильное использование обеспечит наилучшие результаты при размещении производственных объектов и развитии районов.

Важнейшими принципами, которыми руководствуются при решении вопросов территориального планирования, являются:

1. Приближение производства к источникам сырья, топлива и потребителям продукции

2. Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов.

4. Ограничение чрезмерной концентрации производства в городах.

5. Выравнивание уровней экономического развития районов и областей.

6. Укрепление обороноспособности страны.

7. Учет интересов экономической интеграции в европейский мировой рынок.

Нужно отметить, что размещение предприятий имеет существенные особенности в зависимости от вида производства, который влияет на получаемую математическую модель. Пожалуй, одним из самых простых и интуитивнопонятных подходов к размещению производства, является подход, предложенный группой авторов в [2]. Он предполагает учет целого ряда факторов размещения производства на примере ГЭС. К таким факторам авторы отнесли местоположение, близость инфраструктуры, расстояние до потребителя, спрос и общие затраты.

Предложенную математическую модель размещения объектов гидроэнергетики можно записать в следующем виде:

$$rank = nw(wkP \cdot kP + wdf \cdot df - wRd \frac{Rd}{Rd\max} - wLd \frac{Ld}{Ld\max} - wFa \frac{Fa}{Fa\max} -$$

$$- wPc \frac{Pc}{Pc\max})$$

при

$$nw = wkP^2 + wdf^2 + wRd^2 + wLd^2 + wFa^2 + wPc^2)^{-1/2}$$

где $w(i)$ − вес соответствующего коэффициента, kP − коэффициент использования мощности, df − спрос, Rd − расстояние до потребителя, Ld − длинна деривационного канала, Fa − площадь затопляемых земель, Pc −стоимость проекта.

Данный подход предполагает расчет ранга по каждому из возможных проектов и соответственно на основе полученных показателей, выбор оптимального.

Явным преимуществом данного подхода является, несомненно, простота и ясность расчетов, однако, как видно, этот подход, может быть, применим только в том случае, если уже существуют определенные варианты размещения предприятий и, более того, имеется достаточно компетентное лицо (или группа лиц), которое в состоянии определить такие веса коэффициентов, которые будут соответствовать действительности.

Еще один достаточно распространенный подход к размещению производственных предприятий базируется на вычислении общей суммы затрат и представлен в [3].

В общем, виде данный подход можно записать следующим образом:

$$F = \sum_i \sum_j g_{ij} z_{ij} + C_1 + C_2 + З_э,$$

где g_{ij} − затраты на транспортировку единицы сырье (продукции) из пункта i в пункт j, z_{ij} − объем сырья (продукции), перевозимой из пункта i в пункт j, C_1, C_2 − годовые затраты на переработку и производство сырья и продукции соответственно, $З_э$ − затраты на эксплуатацию и обслуживание.

Однако данный подход не всегда применим на практике, поскольку не учитывает достаточно большое количество именно производственных особенностей размещения промышленного предприятия.

Существует несколько моделей, с помощью которых традиционно решают подобные задачи. В наиболее общем виде задачу размещения производства можно сформулировать следующим образом:

Пусть $I = \{1,\ldots,n\}$ − множество районов, где можно разместить производство (предприятие), $J = \{1,\ldots,m\}$ − множество потребителей продукции, $A_i \geq 0$ − затраты на организацию производства в районе i, $c_{ij} \geq 0$ − производственно-транспортные расходы на удовлетворение спроса j - го клиента i - им предприятием, $p > 0$ − максимально возможное число предприятий.

Требуется найти подмножество $\Omega \in S$, которое позволит удовлетворить спрос всех клиентов с минимальными суммарными затратами.

При этом

$$x_i = \begin{cases} 1, \text{если размещается завод } i, \\ 0, \text{в противном случаи.} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если завод } i \text{ обслуживает } j\text{-го клиента}, \\ 0, \text{в противном случаи.} \end{cases}$$

Математическая модель такой задачи будет выглядеть следующим образом:

$$F = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i A_i x_i \to \min,$$

при ограничениях:

$$\sum_i x_{ij} = 1,$$

$$x_{ik} \ge x_{ij}, \; i \in I, \; j \in J,$$

$$\sum_{i \in I} x_i \le p,$$

$$x_{ij}, x_i \in \{0,1\}, \; i \in J, \; k \in I.$$

Особенностью данной модели является тот факт, что она не предполагает доставку исходного сырья и, соответственно может быть использована только для тех предприятий, которые не требуют его привлечения со стороны.

Но, на практике, часто данное условие невыполнимо, поэтому чаще всего используют модель с учетом транспортных издержек. Для таких случаев введем дополнительные переменные:

$$x_i = \begin{cases} 1, \text{если размещается завод } i, \\ 0, \text{в противном случаи.} \end{cases}$$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если завод } i \text{ обслуживает } j\text{-го клиента}, \\ 0, \text{в противном случаи.} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, \text{если завод } i \text{ получает сырье от } j\text{-го поставщика}, \\ 0, \text{в противном случаи.} \end{cases}$$

Тогда математическая модель размещения примет вид:

$$F = \sum_i \sum_j c_{ij} z_{ij} + \sum_i A_i x_i + \sum_i c_{ik} y_{ik} \to \min$$

при ограничениях:

$$\sum_i z_{ij} = 1,$$

$$x_{ik} \ge z_{ij}, \; i \in I, \; j \in J,$$

$$\sum_{i \in I} x_i \le p,$$

$$\sum_{k \in I} y_k \le p$$

$$z_{ij}, x_i \in \{0,1\},\ i \in J,\ k \in I.$$

Рассмотренные модели соответствуют ситуации, когда число возможных мест размещения предприятий дискретно и возможное их расположение заранее определено. Однако при решении практических задач часто возникают ситуации, предприятие может быть размещено в любой точке заданной области. Такие задачи, известные как непрерывные задачи оптимального разбиения множеств (ОРМ) рассматривались в [4].

Также следует отметить существование еще одного класса задач размещения-распределения – многоэтапных задач. Данный класс задач является обобщение многоэтапных транспортно-производственных задач, которые последнее время достаточно активно исследуются.

Многоэтапная задача размещения на содержательном уровне формулируется следующим образом. Заданы множества предприятий и потребителей, которым необходима их продукция. Для производства продукции предприятия объединяются в технологические цепочки. Таким образом, продукция проходит несколько стадий обработки. Множество допустимых технологических цепочек известно. Для каждого предприятия задана стоимость его открытия. Для каждого потребителя заданы производственно-транспортные расходы на удовлетворение его спроса каждой технологической цепочкой. Требуется найти такой набор предприятий, который с минимальными суммарными затратами позволил бы удовлетворить спрос всех потребителей.

Данная задача может быть сформулирована как задача линейного целочисленного программирования с использованием булевых переменных.

Формализуем постановку задачи. Пусть $N = \{1,\ldots,3\}$ – множество пунктов спроса конечного продукта, M_1– множество возможных пунктов размещения рудника, а M_2 – множество возможных пунктов размещения обогатительной фабрики; g_i^r – затраты на размещение производства 1- го и 2- го этапов в пункте *i*, $g_i^r \ge 0$; c_{ij} – затраты на транспортировку единицы продукции из пункта *i* к пункту *j*, $c_{ij} \ge 0$, $i, j \in N$; b_j – объем спроса в пункте *j*, $b_j > 0$, $j \in N$.

Необходимо выбрать подмножество пунктов размещения каждого уровня (этапа) и выполнить назначения избранных производств на пунктах спроса так, чтобы минимизировать суммарные затраты на размещение всех выбранных производств и на транспортировку продукта.

Обозначим:

$x_i = 1$ $(y_k = 1)$, если предприятие 1- го (2-го) уровней размещается в пункте $i \in M_1$ $(k \in M_2)$, и $x_i = 0$ $(y_k = 0)$ в другом случаи;

$x_{kij} = 1$, если *j*-й пункт потребления обслуживается с *k*-го пункта 2-го уровня через *i*-й пункт 1-го уровня, и $x_{kij} = 0$ в противном случаи.

С учетом обозначений математическая формулировка задачи имеет следующий вид:

$$\sum_{i\in M_1} g_i^1 x_i + \sum_{k\in M_2} g_k^2 y_k + \sum_{j\in N} b_j \sum_{k\in M_2} \sum_{i\in M_1} (c_{ki} + c_{ij}) x_{kij} \to \min$$

$$\sum_{k\in M_2} \sum_{i\in M_1} x_{kij} = 1,\ j\in N,$$

$$\sum_{k\in M_2} x_{kij} \le x_i,\ j\in N,\ i\in M_1,$$

$$\sum_{i\in M_1} x_{kij} \le y_k,\ j\in N,\ k\in M_2,$$

$$x_i, y_k, x_{kij} \in \{0,1\},\ i\in M_1,\ j\in N, k\in M_2.$$

К данному времени существует целый ряд работ, по решению многоэтапных линейных и нелинейных задач. Достаточно подробно методы решения многоэтапных задач и их основные характеристики были изложены в [5]: До сих пор данная задача все еще является актуальной, что подтверждается наличием целого ряда работ, которые вводят дополнительные условия и ограничения, что приводит к созданию новых алгоритмов и усовершенствованию существующих. При этом, как и в задачах ОРМ прослеживается тенденция использования эвристических алгоритмов, ввиду отсутствия у них необходимости в сложном теоретическом доказательстве.

Однако исследования бесконечномерных многоэтапных задач практически не проводились, ввиду более сложной реализации. При этом следует заметить, что существует целый ряд областей, где подобный вид задач имеет место быть в частности, примером двухуровневого производственного процесса является добыча и обработка природного сырья — нефти, руды и т. п.

Рассматривая задачу оптимального размещения предприятий горно-металлургического комплекса следует учитывать такие особенности:

1. это комплексные предприятия, различные стадии производственных процессов которых территориально разделены. Например, горно-обогатительный комбинат включает следующие основные производственные подразделения:

- Подразделения по добыче полезных ископаемых (карьеры, шахты, рудники).
- Транспортное подразделение, предназначенное для доставки добытой руды на обогатительную фабрику. Доставка руды на обогатительную фабрику может осуществляться с использованием различных транспортных систем и видов транспорта: автомобильного, железнодорожного, конвейерного, канатных дорог, рудоспусков, рудоскатов и других.
- Подразделение по переработке добытого полезного ископаемого, которое обычно представлено обогатительной фабрикой.

– Общепроизводственные подразделения: энергохозяйство, ремонтно-механический цех, другие необходимые подразделения.

2. предприятия размещаются не в оптимальных с точки зрения наличия трудовых, материальных, энергетических и других ресурсов географических районов , а тяготеет к залежам полезных ископаемых;

3. Размер производственной мощности угольного предприятия зависит от величины запасов полезных ископаемых, их горно - геологических характеристик, возможностей запроектированной технологии добычи, используемой техники и технических возможностей отдельных стадий производственного процесса.

Таким образом, при моделировании размещения таких предприятий необходимо учитывать

1. распределение ресурса в заданной области, которое не является сосредоточенным в некоторых точках, а имеет непрерывный характер.

2. Многоэтапность производства.

Анализ тенденции развития открытых горных работ в Украине, странах СНГ и дальнего зарубежья показывает, что все большое значение в формировании издержек и затрат производства приобретает транспортировка сырья.

Затраты на транспортировку горной массы, достигающие в настоящее время 40-60 % общих затрат на добычу руды, с увеличением глубины карьеров до 500-1000 м возрастают до 70 %.

В связи с этим эффективность использования транспорта существенно влияет на себестоимость получаемого конечного продукта и таким образом основным критерием при формировании математической модели задач размещения логично выбрать минимизацию суммарных затрат на транспортировку и размещение предприятия (хотя возможны и другие).

Для построения математической модели рассмотрим задачу оптимального размещения обогатительной фабрики.

Характерной особенностью этого производственного процесса является наличие двух этапов, которые реализуются на предприятиях разного типа. На руднике осуществляется добыча руды, которая затем направляется с помощью гидротранспорта на обогащение. Обогатительная фабрика направляет полученный товарный концентрат к пунктам потребления (в качестве которых могут выступать, например склады, или другие предприятия). Таким образом, производственный процесс включает в себя несколько стадий (этапов), для выполнения которых требуются различные производственные ресурсы.

Кроме того, при размещении предприятий первого этапа необходимо учитывать распределение сырья в рассматриваемой области на основе данных геологической разведки.

Критерии размещения могут быть различными, в данной модели используем минимизация стоимости транспортных расходов на доставку сырья и готовой продукции.

Содержательную постановку многоэтапной задачи размещения обогатительного производства можно сформулировать следующим образом: необходимо разместить обогатительное производство, включающее в себя рудники (предприятия I этапа) и обогатительные фабрики (предприятия II этапа) в области, таким образом, чтобы суммарные затраты на доставку сырья и продукции были минимальны. Предполагается, рудники и фабрики могут быть размещены в любом месте области Ω, а места расположения конечного числа потребителей заранее известны.

Для построения математической модели введем следующие обозначения: Ω – область, в которой размещается предприятия; N – необходимое количество предприятий I этапа (рудников); b_i^r – мощность i-го предприятия r- го этапа; J – множество возможных мест размещения предприятий II этапа, $J=\{\tau_1^{II},\tau_2^{II},\ldots,\tau_M^{II}\}$; $c_i^I=c(x,\tau_i^I)$ – стоимость доставки единицы сырья из точки $x\in\Omega$ к i-му предприятию I этапа; $c_{ij}=c(\tau_i^I,\tau_j^{II})$ – стоимость доставки единицы сырья от i-го предприятия I этапа к j-му предприятию II этапа; $\tau_i^r=(\tau_{i1}^r,\tau_{i2}^r)$ – координаты i-го предприятия r- го этапа; $\tau_i=(\tau_1,\tau_2)$ – известные координаты потребителя i; v_{ij}^I – объём продукции доставляемой от от i-го предприятия I этапа к j-му предприятию II этапа; v_{jk}^{II} – объём продукции доставляемой от j-го предприятия II этапа к k-му потребителю; K – множество потребителей; $c_{jk}^{II}=c(\tau_j^{II},\tau_k)$ – стоимость доставки от j-го предприятия II этапа к k-му потребителю; b_k – спрос k-го потребителя; $\rho(x)$ – количество ресурса в точке x области Ω; A_r – затраты на установку i-го предприятия r- го этапа.

Суммарные расходы на размещение предприятий, доставку сырья и готовой продукции тогда могут быть записаны в виде:

$$F=\sum_{i=1}^{N}A_i^I+\sum_{j=1}^{M}A_j^{II}\lambda_j+\sum_{i=1}^{N}\int\limits_{\Omega_i}c_i^I(x,\tau_i^I)\rho(x)dx+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}c_{ij}v_{ij}^I\lambda_j+\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{M}c_{jk}^{II}v_{jk}^{II}\lambda_j\,.$$

Ограничения могут быть сформулированы следующим образом.

Суммарные запасы ресурса в зоне обслуживания i-го предприятия I этапа не меньше производственной мощности этого предприятия:

$$\int\limits_{\Omega_i}\rho(x)dx\ge b_i^I\,,\ i=1,2,\ldots,N\,.$$

Спрос всех предприятий второго этапа должен быть удовлетворен:

$$\sum_{i=1}^{N}v_{ij}^I=b_j^{II}\,,\ j=1,2,\ldots,M\,.$$

Спрос всех потребителей должен быть удовлетворен:

$$\sum_{j=1}^{M} v_{jk}^{II} = b_k,\ k = 1,2,\ldots,K$$

Тогда, при условии, что затратами на установку предприятия можно пренебречь, математическая модель может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{N} \int_{\Omega_i} c_i^r(x,\tau_i^r)\rho^r(x)dx + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} c_j^p(\tau_i^p,\tau_j^p)v_{ij}\lambda_j^p + \\ &+ \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{M} c_k^u(\tau_j^u,\tau_k^u)v_{jk}\lambda_j^p \to \min_{\tau^r,\tau^p} \end{aligned} \tag{1}$$

при ограничениях

$$\tau^r = (\tau_1^r,\tau_2^r,\ldots,\tau_N^r) \in \Omega^N \tag{2}$$

$$\tau^p = (\tau_1^p,\tau_2^p,\ldots,\tau_M^p) \in \Omega^M \tag{3}$$

$$\bigcup_{i=1}^{N} \Omega_i = \Omega \tag{4}$$

$$\Omega_i \bigcap \Omega_j = 0,\ i \neq j,\ i,j = \overline{1,n} \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{N} v_{ij} = b_j^p,\ j = 1,2,\ldots,M \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{M} v_{jk} = b_k^u,\ k = 1,2,\ldots,K \tag{7}$$

При этом ограничения (4, 5) означают разбиение области Ω на зоны обслуживания рудниками, то есть, чтобы покрывалась вся область Ω (4) и каждая точка области обслуживалась только одним рудником (5); (6,7) – означают, что спрос предприятий второго этапа (фабрик) и потребителей должен быть удовлетворен.

Эта модель может иметь различные модификации, например, ограничения на мощность предприятия могут отсутствовать, или предприятия любого этапа могут быть размещены в любом месте области. Особенностью предложенной модели является сочетание дискретной и непрерывной составляющей, что требует особенных подходов к решению.

Авторами предложены ряд подходов к решению данного типа задач, основанные на последовательном решении задачи оптимального разбиения континуального множества (ОРМ) и дискретной многоэтапной задачи размещения.

Выводы. В последнее время, все большее количество исследователей обращает свое внимание на решение разнообразных задач в области экономии материальных и природных ресурсов.

В работе были рассмотрены некоторые математические модели задач размещения производства в горнодобывающей промышленности с учетом разнообразных критериев и проанализированы особенности их использования. Для задачи размещения обогатительного производства предложена смешанная дискретно-непрерывная модель двухэтапной задачи размещения, позволяющая учитывать особенности отрасли. А именно: непрерывное распределение рудного сырья в области и многоэтапность производства, что позволяет уменьшить расходы на транспортировку сырья и конечного продукта и в конечном итоге снизить себестоимость продукции.

Перечень ссылок

1. Facility Location. Concept, Model, Algirithms and Case Studies/под редакцией Reza Zanjirani Farahani, Masoud Hekmatfar Springer Dordrecht Heidelberg London New York.
2. Пупасов-Максимов А. М, Задача оптимизации местоположения и структуры малой ГЭС на стадии обоснования инвестиций / Пупасов-Максимов А.М, Орлов А.В., Федосеев А.В. //Интернет-журнал Науковедение. 2013. №5 (18). С.67 – 74.
3. Русяк И.Г., Решение задачи оптимизации схемы размещения производства древесных видов топлива по критерию себестоимости тепловой энергии /Русяк И.Г., Нефедов Д.Г.// Компьютерные исследования и моделирование, 2012, т. 4, № 3, с. 651-659.
4. Киселева Е.М., Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: Монография / Киселева Е.М., Шор Н.З. — К.: Наукова думка, 2005. — 564 с.
5. Гимади Э. Х, Эффективный алгоритм для решения многоэтапных задачи размещения на цепи // Дискретный анализ и исследование операций. ИМ СО РАН, Новосибирск. 1995. Том 2, с. 13-31.

ABSTRACT

Purpose. To substantiate the location of the facilities of the mining and concentrating complex.

The methodology of research is to determine the main technological and economic indicators that affect the final cost of transportation.

Findings. A mixed discrete-continuous model of a multistage location-allocation problem allows one to take into account the specifics of the industry. Namely: the continuous distribution of ore raw materials in the region and multistage production.

The originality is to construct a model of infinite-dimensional multistage location-allocation problems.

Practical implications. The developed mathematical models allow solving a number of practical problems, such as strategic planning problem that arise in the production, social and economic spheres of activity.

Keywords: optimal distribution, multistage production, location-allocation problem, optimal partition problem