

© **В.П. Франчук**¹, О.В. Анциферов¹, С.С. Гавриленко¹

¹Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

ДИНАМІКА ВРІВНОВАЖЕНОГО ГРОХОТА-ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА З ЕКСЦЕНТРИКОВИМ ПРИВОДОМ

© **V. Franchuk**¹, O. Antsiferov¹, S. Havrylenko¹

¹Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

DYNAMICS OF A BALANCED SCREEN-LOADER WITH AN ECCENTRIC DRIVE

Мета. Побудова математичної моделі врівноваженого вібраційного грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом та аналіз отриманих залежностей з метою рекомендації раціональних конструктивних і технологічних параметрів грохота.

Методика. Проведено аналіз наукових досліджень даного напрямку. Розроблено розрахункову схему динамічно врівноваженого вібраційного грохота-перевантажувача колосникового типу. Запропоновано методику розв'язання поставленої задачі на основі рівняння Лагранжа другого роду та складено її математичну модель у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь. На їх основі методом невизначених коефіцієнтів формується розв'язок для визначення амплітуд лінійних і кутових коливань. В кінцевих виразах враховуються дисипативні властивості системи. Приводиться чисельний приклад розрахунку динаміки грохота-перевантажувача з протифазним рухом колосників за допомогою програмного продукту Mathcad. Побудовані амплітудно-частотна характеристика грохота і траєкторії коливань характерних точок його поверхні.

Результати. Побудована розрахункова схема вібраційного грохота-перевантажувача з протифазним рухом колосників. Математична модель грохота описується сімома лінійними диференціальними рівняннями другого порядку. Створена програма для їх розв'язку і отримання кінцевих виразів для дослідження системи. Динамічний розрахунок грохоту з урахуванням дисипативних опорів пружних елементів дозволив дослідити амплітудно-частотну характеристику та показав стабілізацію амплітуди коливань на високих частотах. Поверхня колосників здійснює еліптичні коливання, що змінюються за їх довжиною, що в поєднанні з їх протифазним рухом сприяє розпушенню шару технологічного навантаження.

Наукова новизна. Запропоновано нові аналітичні залежності для розрахунку тримасової коливальної системи з ексцентриковим приводом і протифазним рухом мас, що дозволяють досліджувати її динаміку з урахуванням конструкційних і технологічних параметрів.

Практична значимість. Застосування результатів дослідження дасть змогу створити раціональну конструктивну схему динамічно врівноваженого грохота-перевантажувача, а також уточнити кінематичні режими переміщення технологічного навантаження.

Ключові слова: вібрація, грохот-перевантажувач, ексцентриковий привід, колосники, протифазний рух, рівняння, амплітудно-частотна характеристика, траєкторії коливань.

Вступ. Транспортування великих потоків насипних вантажів проходить з використанням стрічкових конвеєрів. Для подачі матеріалу на конвеєр використовують грохоти-перевантажувачі. Основне призначення їх – пом'якшення ударних навантажень на стрічку. Ширшого застосування на перевантажувальних пунктах набули вібраційні живильники і грохоти-живильники з електромагнітними, інерційними і ексцентриковими приводами.

В статті розглядається вібраційний грохот-перевантажувач колосникового типу (рис. 1). Він складається з трьох паралельно встановлених балок-колосників 1 (дві бічні і середня), що спираються на амортизатори 2. Колосники пов'язані між собою ексцентриковим валом 3, а бічні повідці додатково повідцями з еластичними елементами 4.

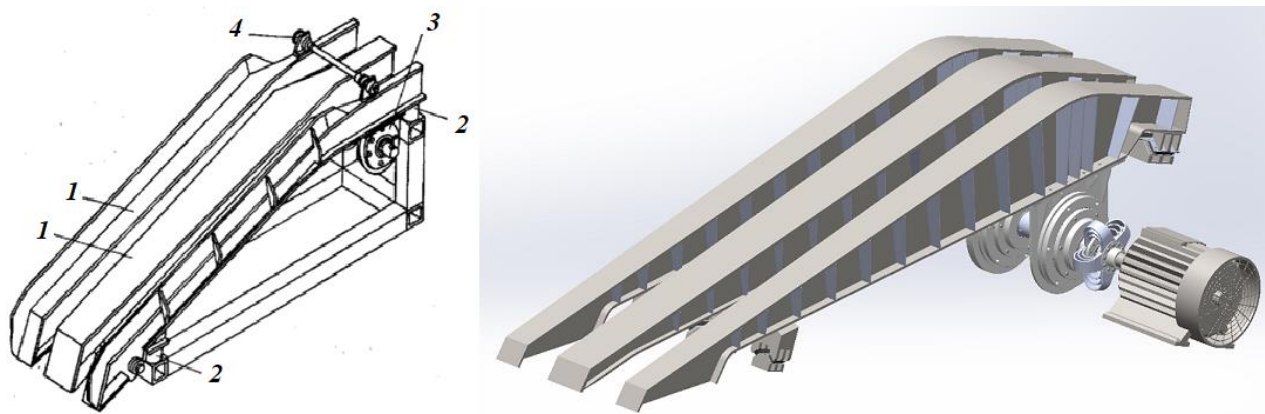


Рис. 1. Конструктивна схема і твердотільна модель грохота-перевантажувача

Ексцентриситети приводів крайніх колосників зміщені щодо середнього на 180 градусів, що забезпечує їх протифазний рух. За умови рівності мас, моментів інерції і жорсткості пружних зав'язків середнього та крайніх колосників динамічні навантаження на основу не передаються. При цьому за рахунок використання ексцентрикового приводу порушення динамічного режиму руху колосників не повинно спостерігатись навіть за значного шару технологічного навантаження (насипна скеляста маса).

При динамічному розрахунку вібраційної машини на першому етапі створюється розрахункова схема і обирається метод дослідження. Стосовно методу нами пропонується використання рівнянь Лагранжа II роду. На основі обраної розрахункової схеми записуються вирази для кінетичної та потенційної енергій і після підстановки їх у рівняння Лагранжа отримаємо математичну модель руху елементів системи. Аналіз джерел, де використовується даний метод, дозволяє об'єднати їх у дві групи. Це пов'язано з напрямком подальшого розв'язку отриманої систем диференціальних рівнянь.

В роботі [1] досліджується вібраційний сепаратор з послідовним розміщенням сит і подвійним незалежним дебалансним приводом. Авторами розроблена розрахункова схема вібраційного сепаратора і записано Лагранжіан механічної системи «вібраційний сепаратор із сумішшю, пружною підвіскою та дебалансами». Після подальших перетворень отримано систему рівнянь, що є математичною моделлю опису руху сепаратора з послідовним розміщенням сит в диференціальній формі. Розв'язок системи рівнянь здійснено із застосуванням асимптотичних методів нелінійної механіки. Таким чином отримана аналітична система як кінцева математична модель для опису та дослідження динаміки вібраційного сепаратора. Вона дозволяє дослідити величину впливу на амплітуду

його коливань ключових параметрів, зокрема параметрів, значення яких можна нескладно варіювати в процесі практичного використання сепаратора.

Використання вище представленого методу дослідження продовжується цими ж авторами в роботі [2]. Розглядається клас вібраційних машин для оброблення поверхонь виробів сукупністю незв'язаних тіл малого розміру. Розроблена розрахункова схема вібраційної машини, яка має два дебалансні вузли, робочий орган (камера), та пружинну підвіску-кріплення робочого органу. В розрахункову схему введено низку геометричних показників вібраційної машини: координати кріплення дебалансів, підвіски, розміри робочої камери. Також в процесі оброблення виробів, здійснюючи плоско паралельний рух, робочий контейнер машини повертається на кут φ . До динамічних показників віднесено: масу робочого контейнера із вмістом, маси дебалансів, жорсткість підвіски-кріплення. До кінематичних показників віднесено кутові швидкості обертового руху дебалансів. Метод дослідження повторює [1] з певними змінами. Форма запису отриманої системи диференціальних рівнянь пристосована для її розв'язку асимптотичними методами нелінійної механіки.

Розроблення методу аналітичного дослідження двомасової системи коливання з паралельними пружним і демпфуючим елементами представлено в [3]. Така система є підвидом класичного тіла Кельвіна-Фойгта. Автори застосовують формалізм Лагранжа до незгасаючої системи. При розгляді коливання системи з врахування демпфуючої складової використовуються перетворення Лапласа. Даний метод пояснюється наступним. В аналогічних попередніх дослідженнях прикладені збурення системи описували у вигляді гармонійних коливань. Автори запропонували розв'язок для збурень у вигляді дискретних одиничних імпульсів різної тривалості і різної частоти слідування, від одного імпульсу до n імпульсів. Ми повинні зауважити, що в даній роботі розглядається не вібраційний процес, а коливальний при імпульсному навантаженні.

Цікавою є робота [4], що має оглядовий характер. Автори дають наступний порядок розв'язку задач дослідження динаміки вібраційних машин. Після вибору розрахункової системи формуються вирази для кінетичної та потенційної енергій. Далі при використанні рівняння Лагранжа другого роду формується математична модель. У разі необхідності, враховуються і сили в'язкого опору. При виборі нормальних координат вихідна математична модель розпадається на шість диференціальних рівнянь другого порядку, що ускладнює вирішення більшості задач динаміки.

Але мають місце і певні допущення, в рамках яких спрощується вид отриманих рівнянь. Найчастіше, на перших етапах досліджень сили в'язкого опору встановлюються малими і їх або не враховують або урахування проводиться окремо та вибірково, після попередньої загальної оцінки особливостей динамічного стану об'єкта.

Класичним прикладом даної послідовності вирішення задачі дослідження динаміки вібраційних машин є робота [5]. На основі рівняння Лагранжа другого роду авторами побудована математична модель тримасової дебалансної вібраційної машини. Наступним кроком є використання загальних методів

розв'язання добутої системи диференціальних рівнянь. При цьому обґрунтована можливість нехтування силами в'язкого опору. Доказом вірності наведених перетворень є чисельний приклад і його аналіз.

Зазначимо, що аналогічний метод був використаний нами в роботі [6]. Але при цьому конструкція машини і умови її роботи вимагали урахування сил в'язкого опору.

Метою дослідження є побудова розрахункової схеми динамічно врівноваженого вібраційного грохота-перевантажувача з ексцентриковим приводом. На основі рівняння Лагранжа II роду отримати кінематичні залежності процесу коливань його робочого органу з урахуванням використовуваного типу приводу і габаритів. Далі провести аналіз отриманих залежностей з метою рекомендації раціональних конструктивних і технологічних параметрів грохота.

Основна частина. Динамічну розрахункову схему колосникового грохота-перевантажувача представлено на рис. 2.

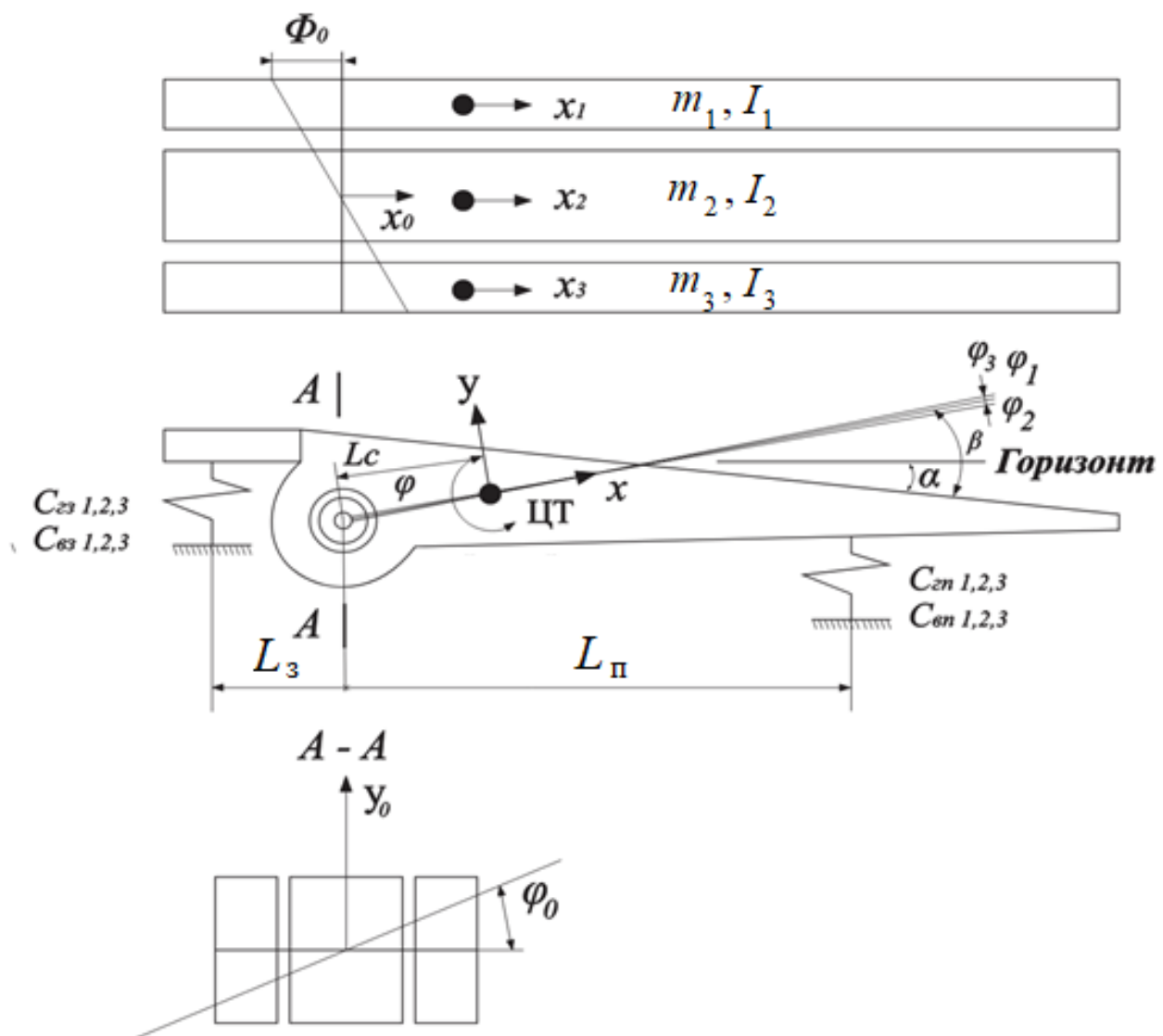


Рис. 2. Розрахункова схема

Тут позначено:

m_1, m_2, m_3 – маса лівого, середнього і правого колосників з приводом; I_1, I_2, I_3 – момент інерції лівого, середнього і правого колосників; $C_{23\ 1,2,3}, C_{63\ 1,2,3}$ – жорсткості в горизонтальному і вертикальному напрямках пружних амортизаторів, розташованих у задній частині відповідних колосників; $C_{2n\ 1,2,3}, C_{6n\ 1,2,3}$ – жорсткості в горизонтальному і вертикальному напрямках пружних амортизаторів, розташованих у передній частині відповідних колосників; L_3, L_n – відстань від осі приводу до осі задніх і передніх амортизаторів; L_c – відстань від осі приводу до центру тяжіння колосників; x_o, y_o – лінійні переміщення осі приводу вздовж відповідних осей; ϕ_o, φ_o – поворотні переміщення осі приводу в горизонтальній і вертикальній площині; $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ – лінійні переміщення центру ваги бокових і середнього колосників вздовж відповідних осей; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – кутові переміщення колосників навколо горизонтальної осі, що проходить через центр ваги; β – кут між напрямком осі x і поверхнею колосників; α – кут нахилу поверхні колосників до горизонту.

Систему диференціальних рівнянь, що описують рух грохота-перевантажувача, складемо, користуючись рівнянням Лагранжа II роду, що подається у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (1)$$

де t – час, q_i – узагальнена координата, T – кінетична енергія системи, Π – потенційна енергія системи, D – функція дисипації енергії, Q – узагальнена зовнішня сила.

Кінетична енергія грохота-перевантажувача

$$\begin{aligned} T = & \frac{m_1(x_o + b\phi_o + r\omega \cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \frac{m_2(x_o + r\omega \cos(\omega t))^2}{2} + \\ & + \frac{m_3(x_o - b\phi_o + r\omega \cos(\omega t + \pi))^2}{2} + \frac{m_1(y_1)^2}{2} + \\ & + \frac{I_1(\varphi_1)^2}{2} + \frac{m_2(y_2)^2}{2} + \frac{I_2(\varphi_2)^2}{2} + \frac{m_3(y_3)^2}{2} + \frac{I_3(\varphi_3)^2}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Дещо перетворимо координати грохота-перевантажувача:

$$\begin{aligned} y_1 - L_{c1}\varphi_1 &= y_o + b\phi_o + r\cos(\omega t + \pi), \\ y_2 + L_{c2}\varphi_2 &= y_o + r\cos(\omega t), \\ y_3 - L_{c3}\varphi_3 &= y_o - b\phi_o + r\cos(\omega t + \pi), \end{aligned}$$

де ω – кутова частота коливань ексцентрикового приводу.

Звідси для переміщень маємо:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_o + b\phi_o + r\cos(\omega t + \pi) + L_{c1}\varphi_1, \\ y_2 &= y_o + L_{c2}\varphi_2 + r\cos(\omega t), \\ y_3 &= y_o - b\phi_o + r\cos(\omega t + \pi) + L_{c3}\varphi_3, \end{aligned} \quad (3)$$

а швидкості відповідно

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \dot{y}_o + b\dot{\phi}_o - r\omega \sin(\omega t + \pi) + L_{c1}\dot{\phi}_1 \\ \dot{y}_2 &= \dot{y}_o - r\omega \sin(\omega t) + L_{c2}\dot{\phi}_2, \\ \dot{y}_3 &= \dot{y}_o - b\dot{\phi}_o - r\omega \sin(\omega t + \pi) + L_{c3}\dot{\phi}_3.\end{aligned}\quad (4)$$

Підставляючи швидкості лінійних переміщень центру тяжіння колосників із (4) у рівняння (2) матимемо залежність тільки від y_o , ϕ_o , і ϕ_i :

$$\begin{aligned}& \frac{m_3(\dot{x}_o - b\dot{\phi}_o - r\omega \cos \omega t)^2}{2} + \frac{m_1(\dot{y}_o + b\dot{\phi}_o + r\omega \cos \omega t + L_{c1}\dot{\phi}_1)^2}{2} + \\& \frac{I_1(\dot{\phi}_1)^2}{2} + \frac{m_2(\dot{y}_o - r\omega \sin \omega t + L_{c2}\dot{\phi}_2)^2}{2} + \frac{I_2(\dot{\phi}_2)^2}{2} + \\& + \frac{m_3(\dot{y}_o - b\dot{\phi}_o + r\omega \cos \omega t + L_{c3}\dot{\phi}_3)^2}{2} + \frac{I_3(\dot{\phi}_3)^2}{2}.\end{aligned}\quad (5)$$

Вважаємо, що вплив різниці кутів $\beta - \alpha$ малий, а лінії L_3 і L_{Π} паралельні L_C . Тоді вираз для потенційної енергії грохота-перевантажувача має вигляд:

$$\begin{aligned}P &= \frac{C_{21}(x_o + b\phi_o - r \sin \omega t)^2}{2} + \frac{C_{22}(x_o + r \sin \omega t)^2}{2} + \\& + \frac{C_{23}(x_o - b\phi_o - r \sin \omega t)^2}{2} + \frac{C_{\phi n1}(y_o + b\phi_o - r \cos \omega t + L_{n1}\phi_1)^2}{2} + \\& + \frac{C_{\phi 31}(y_o + b\phi_o - r \cos \omega t - L_{31}\phi_1)^2}{2} + \frac{C_{\phi n2}(y_o + r \cos \omega t - L_{n2}\phi_2)^2}{2} + \\& + \frac{C_{\phi 32}(y_o + r \cos \omega t + L_{32}\phi_2)^2}{2} + \frac{C_{\phi n3}(y_o - b\phi_o - r \cos \omega t + L_{n3}\phi_3)^2}{2} + \\& + \frac{C_{\phi 33}(y_o - b\phi_o - r \cos \omega t - L_{33}\phi_3)^2}{2},\end{aligned}\quad (6)$$

де $C_{21} = C_{\phi n1} + C_{231}$; $C_{22} = C_{\phi n2} + C_{232}$; $C_{23} = C_{\phi n3} + C_{233}$.

Дисипацію енергії враховуватимемо згідно з гіпотезою Бокка-Шліппе, яку коротко можна сформулювати так: *сили опорів під час деформації пружних тіл пропорційні швидкості деформації тіл і не залежать від частоти деформації*. Це краще узгоджується з експериментальними даними під час деформації пружних елементів із наповнених гум, ніж за широко застосовуваною гіпотезою Фохта. Крім того коефіцієнти за цією гіпотезою добре корелюють з поняттям комплексного модуля пружності, що введений Є.В. Сорокіним, а також з такими поширеними поняттями, як відносний коефіцієнт поглинання енергії та коефіцієнт загасання амплітуди коливань.

Таким чином враховуємо непружні опори у вигляді уявної частини комплексного модуля пружності. В цьому випадку жорсткості пружних зв'язків визначаються з виразів:

$$\begin{aligned}\bar{C}_{231} &= C_{231}(1 + i\psi), \bar{C}_{2n1} = C_{2n1}(1 + i\psi), \bar{C}_{232} = C_{232}(1 + i\psi); \\ \bar{C}_{2n2} &= C_{2n2}(1 + i\psi), \bar{C}_{233} = C_{233}(1 + i\psi), \bar{C}_{2n3} = C_{2n3}(1 + i\psi); \\ \bar{C}_{631} &= C_{631}(1 + i\psi), \bar{C}_{6n1} = C_{6n1}(1 + i\psi), \bar{C}_{632} = C_{632}(1 + i\psi); \\ \bar{C}_{6n2} &= C_{6n2}(1 + i\psi), \bar{C}_{633} = C_{633}(1 + i\psi), \bar{C}_{6n3} = C_{6n3}(1 + i\psi),\end{aligned}\quad (7)$$

де ψ – коефіцієнт непружних опорів матеріалу пружних зв'язків.

Тепер можна використовувати кінцеві рівняння з (1), не вдаючись до урахування функції дисипації енергії D .

Зовнішня збурююча сила, в даному випадку $Q_i = 0$.

На початковому етапі, використовуючи принцип Вольтера, розв'язувати- мемо задачу в суто пружній постановці і тільки на останньому етапі в рівняннях врахуємо непружні опори.

Підставляємо вирази кінетичної (5) і потенційної (6) енергій в рівняння (1), і беручи до уваги, що $D = 0$ і $Q_i = 0$, після перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned}& (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x}_o + b(m_1 - m_3)\ddot{\phi}_o + (C_{21} + C_{22} + C_{23})x_o + \\& + b(C_{21} - C_{23})\phi_o = [(m_2 - m_1 - m_3)\omega^2 - (C_{22} - C_{21} - C_{23})]r \sin(\omega t); \\& b(m_1 - m_3)x_o + b^2(m_1 + m_3)\phi_o + b(C_{21} - C_{23})x_o + b^2(C_{21} + C_{23})\phi_o = \\& = -b[(m_1 - m_3)\omega^2 + (C_{21} - C_{23})]r \sin(\omega t); \\& (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{y}_o + b(m_1 - m_3)\ddot{\phi}_o + L_{c1}m_1\ddot{\phi}_1 + L_{c2}m_2\ddot{\phi}_2 + \\& + L_{c3}m_3\ddot{\phi}_3 + (C_{631} + C_{6n1} + C_{632} + C_{6n2} + C_{633} + C_{6n3})y_o + \\& + b(C_{631} + C_{6n1} - C_{633} - C_{6n3})\phi_o - (L_{31}C_{631} - L_{n1}C_{6n1})\phi_1 - \\& - (L_{32}C_{632} - L_{n2}C_{6n2})\phi_2 - (L_{33}C_{633} - L_{n3}C_{6n3})\phi_3 = \\& = [(m_2 - m_2 - m_3)\omega^2 - (C_{632} + C_{6n2} - C_{631} - C_{6n1} - C_{633} - C_{6n3})]r \cos \omega t; \\& b(m_1 - m_3)y_o + b^2(m_1 + m_3)\phi_o + bL_{c1}m_1\phi_1 - bL_{c3}m_3\phi_3 + \\& + b[C_{631} + C_{6n1} - (C_{633} + C_{6n3})]y_o + b^2(C_{631} + C_{6n1} + C_{633} + C_{6n3})\phi_o - \\& - b(L_{31}C_{631} - L_{n1}C_{6n1})\phi_1 + b(L_{33}C_{633} - L_{n3}C_{6n3})\phi_3 = \\& = b[(m_1 - m_3)\omega^2 - (C_{631} + C_{6n1} + C_{633} + C_{6n3})]r \cos(\omega t); \\& L_{c1}m_1\ddot{y}_o + bL_{c1}m_1\ddot{\phi}_o + [L_{c1}^2m_1 + I_1]\ddot{\phi}_1 - (L_{31}C_{631} - L_{n1}C_{6n1})y_o - \\& - b(L_{31}C_{631} - L_{n1}C_{6n1})\phi_o + (L_{31}^2C_{631} + L_{n1}^2C_{6n1})\phi_1 = \\& = [L_{c1}m_1\omega^2 - (L_{31}C_{631} - L_{n1}C_{6n1})]r \cos(\omega t); \\& - L_{c2}m_2y_o + [L_{c2}^2m_2 + I_2]\ddot{\phi}_2 + (L_{32}C_{632} - L_{n2}C_{6n2})y_o + \\& + (L_{32}^2C_{632} + L_{n2}^2C_{6n2})\phi_2 = [L_{c2}m_2\omega^2 - (L_{32}C_{632} - L_{n2}C_{6n2})]r \cos(\omega t); \\& L_{c3}(m_3)\ddot{y}_o - bL_{c3}m_3\ddot{\phi}_o + [L_{c3}^2m_3 + I_3]\ddot{\phi}_3 - (L_{33}C_{633} - L_{n3}C_{6n3})y_o + \\& + b(L_{33}C_{633} - L_{n3}C_{6n3})\phi_o + (L_{33}^2C_{633} + L_{n3}^2C_{6n3})\phi_3 = \\& = [L_{c3}(m_{n3} + m_{k3})\omega^2 - (L_{33}C_{633} - L_{n3}C_{6n3})]r \cos(\omega t).\end{aligned}\quad (8)$$

Для вирішення системи диференціальних рівнянь (9) скористаємося методом невизначених коефіцієнтів, для чого розв'язок представимо у вигляді

$$\begin{aligned}x_0 &= A_{x0} \sin \omega t + B_{x0} \cos \omega t = a_{x0} \sin(\omega t + \xi_{x0}); \\ \phi_0 &= A_{\phi 0} \sin \omega t + B_{\phi 0} \cos \omega t = a_{\phi 0} \sin(\omega t + \xi_{\phi 0}); \\ y_0 &= A_{y0} \sin \omega t + B_{y0} \cos \omega t = a_{y0} \cos(\omega t + \xi_{y0}); \\ \varphi_0 &= A_{\varphi 0} \sin \omega t + B_{\varphi 0} \cos \omega t = a_{\varphi 0} \cos(\omega t + \xi_{\varphi 0}); \\ \varphi_1 &= A_{\varphi 1} \sin \omega t + B_{\varphi 1} \cos \omega t = a_{\varphi 1} \cos(\omega t + \xi_{\varphi 1}); \\ \varphi_2 &= A_{\varphi 2} \sin \omega t + B_{\varphi 2} \cos \omega t = a_{\varphi 2} \cos(\omega t + \xi_{\varphi 2}); \\ \varphi_3 &= A_{\varphi 3} \sin \omega t + B_{\varphi 3} \cos \omega t = a_{\varphi 3} \cos(\omega t + \xi_{\varphi 3}).\end{aligned}\tag{9}$$

Підставляючи розв'язок (9) у систему рівнянь (8) і прирівнюючи коефіцієнти при однакових гармоніках, отримаємо значення складових амплітуд коливань.

При поданні непружних опорів у вигляді (7), після підстановки

$$\begin{aligned}x_0 &= -\omega^2 x_0, & \phi_0 &= -\omega^2 \phi_0, & y &= -\omega^2 y, & \varphi_0 &= -\omega^2 \varphi_0, \\ \varphi_1 &= -\omega^2 \varphi_1, & \varphi_2 &= -\omega^2 \varphi_2, & \varphi_3 &= -\omega^2 \varphi_3,\end{aligned}$$

отримаємо систему семи алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}& \left[\left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} + \bar{C}_{\Gamma 32} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 2} + \bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) - (m_1 + m_2 + m_3)\omega^2 \right] \bar{A}_{x0} + \\& + b \left\{ \left[\left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} \right) - \left(\bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) \right] - (m_1 - m_3)\omega^2 \right\} \bar{A}_{\phi 0} = \\& = \left\{ \left[m_2 - m_1 - m_3 \right] \omega^2 - \left[\bar{C}_{\Gamma 32} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 2} - \left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} + \bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) \right] \right\} r; \\& b \left\{ \left[\left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} \right) - \left(\bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) \right] - (m_1 - m_3)\omega^2 \right\} \bar{A}_{x0} + \\& + b^2 \left[\left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} + \bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) - (m_1 + m_3)\omega^2 \right] \bar{A}_{\phi 0} = \\& = -b \left\{ (m_1 - m_3)\omega^2 + \left[\left(\bar{C}_{\Gamma 31} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 1} \right) - \left(\bar{C}_{\Gamma 33} + \bar{C}_{\Gamma \Pi 3} \right) \right] \right\} r; \\& \left[\left(\bar{C}_{B 31} + \bar{C}_{B \Pi 1} + \bar{C}_{B 32} + \bar{C}_{B \Pi 2} + \bar{C}_{B 33} + \bar{C}_{B \Pi 3} \right) - (m_1 + m_2 + m_3)\omega^2 \right] \bar{B}_{y0} + \\& + b \left\{ \left[\bar{C}_{B 31} + \bar{C}_{B \Pi 1} - \bar{C}_{B 33} - \bar{C}_{B \Pi 3} \right] - (m_1 - m_3)\omega^2 \right\} \bar{B}_{\varphi 0} - \\& - \left(L_{31} \bar{C}_{B 31} - L_{\Pi 1} \bar{C}_{B \Pi 1} + L_{c1} m_1 \omega^2 \right) \bar{B}_{\varphi 1} - \left(L_{32} \bar{C}_{B 32} - L_{\Pi 2} \bar{C}_{B \Pi 2} + L_{c2} m_2 \omega^2 \right) \bar{B}_{\varphi 2} - \\& - \left(L_{33} \bar{C}_{B 33} - L_{\Pi 3} \bar{C}_{B \Pi 3} + L_{c3} m_3 \omega^2 \right) \bar{B}_{\varphi 3} = \\& = \left\{ (m_2 - m_1 - m_3)\omega^2 - \left[\bar{C}_{B 32} + \bar{C}_{B \Pi 2} - \left(\bar{C}_{B 31} + \bar{C}_{B \Pi 1} + \bar{C}_{B 33} + \bar{C}_{B \Pi 3} \right) \right] \right\} r; \\& b \left\{ \left[\bar{C}_{B 31} + \bar{C}_{B \Pi 1} - \left(\bar{C}_{B 33} + \bar{C}_{B \Pi 3} \right) \right] - (m_1 - m_3)\omega^2 \right\} \bar{B}_{y0} + \\& + b^2 \left[\left(\bar{C}_{B 31} + \bar{C}_{B \Pi 1} + \bar{C}_{B 33} + \bar{C}_{B \Pi 3} \right) - (m_1 + m_3)\omega^2 \right] \bar{B}_{\varphi 0} - \\& - b \left[\left(L_{31} \bar{C}_{B 31} - L_{\Pi 1} \bar{C}_{B \Pi 1} \right) + L_{c1} m_1 \omega^2 \right] \bar{B}_{\varphi 1} +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +b \left[\left(L_{33} \bar{C}_{B33} - L_{n3} \bar{C}_{Bn3} \right) + L_{c3} m_3 \omega^2 \right] \bar{B}_{\varphi 3} = \\
 & = b \left\{ (m_1 - m_3) \omega^2 + \left[\left(\bar{C}_{B31} + \bar{C}_{Bn1} \right) - \left(\bar{C}_{B33} + \bar{C}_{Bn3} \right) \right] \right\} r; \\
 & - \left[\left(L_{31} \bar{C}_{B31} - L_{n1} \bar{C}_{Bn1} \right) + L_{c1} m_1 \omega^2 \right] \bar{B}_{y0} - \\
 & - b \left[\left(L_{31} \bar{C}_{B31} - L_{n1} \bar{C}_{Bn1} \right) + L_{c1} m_1 \omega^2 \right] \bar{B}_{\varphi 0} + \\
 & + \left\{ \left(L_{31}^2 \bar{C}_{B31} + L_{n1}^2 \bar{C}_{Bn1} \right) - [L_{c1}^2 m_1 + I_1] \omega^2 \right\} \bar{B}_{\varphi 1} = \\
 & = \left[L_{c1} m_1 \omega^2 - \left(L_{31} \bar{C}_{B31} - L_{n1} \bar{C}_{Bn1} \right) \right] r; \\
 & \left[\left(L_{32} \bar{C}_{B32} - L_{n2} \bar{C}_{Bn2} \right) + L_{c2} m_2 \omega^2 \right] \bar{B}_{y0} + \\
 & + \left\{ \left(L_{32}^2 \bar{C}_{B32} + L_{n2}^2 \bar{C}_{Bn2} \right) - [L_{c2}^2 m_2 + I_2] \omega^2 \right\} \bar{B}_{\varphi 2} = \\
 & = \left[L_{c2} (m_{n2} + m_{k2}) \omega^2 - \left(L_{32} \bar{C}_{B32} - L_{n2} \bar{C}_{Bn2} \right) \right] r; \\
 & - \left[\left(L_{33} \bar{C}_{B33} - L_{n3} \bar{C}_{Bn3} \right) + L_{c3} m_3 \omega^2 \right] \bar{B}_{y0} + \\
 & + b \left[\left(L_{33} \bar{C}_{B33} - L_{n3} \bar{C}_{Bn3} \right) + L_{c3} m_3 \omega^2 \right] \bar{B}_{\varphi 0} + \\
 & + \left\{ \left(L_{33}^2 \bar{C}_{B33} + L_{n3}^2 \bar{C}_{Bn3} \right) - [L_{c3}^2 m_3 + I_3] \omega^2 \right\} \bar{B}_{\varphi 3} = \\
 & = \left[L_{c3} (m_{n3} + m_{k3}) \omega^2 - \left(L_{33} \bar{C}_{B33} - L_{n3} \bar{C}_{Bn3} \right) \right] r.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Дана систему із семи рівнянь має сім коефіцієнтів в комплексному вигляді: $A_{x0}, A_{\varphi 0}, B_{y0}, B_{\varphi 0}, B_{\varphi 1}, B_{\varphi 2}, B_{\varphi 3}$.

В результаті розв'язку системи рівнянь (10) амплітуда і фаза коливань визначаються як модуль і аргумент комплексного виразу:

$$\begin{aligned}
 a_{x0} &= |\bar{A}_{x0}|, a_{\varphi 0} = |\bar{A}_{\varphi 0}|, a_{y0} = |\bar{B}_{y0}|, \\
 a_{\varphi 0} &= |\bar{B}_{\varphi 0}|, a_{\varphi 1} = |\bar{B}_{\varphi 1}|, a_{\varphi 2} = |\bar{B}_{\varphi 2}|, a_{\varphi 3} = |\bar{B}_{\varphi 3}|, \\
 \xi_{x0} &= \arctg \left(\frac{Im(\bar{A}_{x0})}{Re(\bar{A}_{x0})} \right), \xi_{\varphi 0} = \arctg \left(\frac{Im(\bar{A}_{\varphi 0})}{Re(\bar{A}_{\varphi 0})} \right), \xi_{y0} = \arctg \left(\frac{Re(\bar{B}_{y0})}{Im(\bar{B}_{y0})} \right), \\
 \xi_{\varphi 0} &= \arctg \left(\frac{Re(\bar{B}_{\varphi 0})}{Im(\bar{B}_{\varphi 0})} \right), \xi_{\varphi 1} = \arctg \left(\frac{Re(\bar{B}_{\varphi 1})}{Im(\bar{B}_{\varphi 1})} \right), \\
 \xi_{\varphi 2} &= \arctg \left(\frac{Re(\bar{B}_{\varphi 2})}{Im(\bar{B}_{\varphi 2})} \right), \xi_{\varphi 3} = \arctg \left(\frac{Re(\bar{B}_{\varphi 3})}{Im(\bar{B}_{\varphi 3})} \right).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Для розв'язку системи рівнянь (10) і отримання залежностей (11) створена програма у Mathcad. Були проведені розрахунки при наступних вихідних даних:

- маса бічних колосників 830 і середнього 1660, кг;
- моменти інерції відповідно $2,36 \cdot 10^3$ і $4,72 \cdot 10^3$, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
- жорсткість пружних зв'язків, Н/м: $C_{гз1} = C_{гз3} = 4 \cdot 10^5$, $C_{гп1} = C_{гп3} = 4 \cdot 10^5$, $C_{гз2} = 8 \cdot 10^5$, $C_{гп2} = 8 \cdot 10^5$, $C_{вз1} = C_{вз3} = 6 \cdot 10^5$, $C_{вп1} = C_{вп3} = 6 \cdot 10^5$, $C_{вз2} = 1,2 \cdot 10^6$, $C_{вп2} = 1,2 \cdot 10^6$;
- відстань від осі привода до центру тяжіння колосників $L_c = 1,5$ м;
- відстань від осі привода до передньої опори колосників $L_{п} = 2,5$ м;
- відстань від осі привода до задньої опори колосників $L_3 = 1$ м;
- радіус ексцентриситету приводного валу $r = 0,005$ м.

Із системи (10) випливає, що перші два рівняння, які описують рухи за віссю x , є незалежними і можуть розв'язуватися окремо від рівнянь, що описують рух за віссю y і кутові коливання.

Як впливає з аналізу розв'язку, для повністю врівноваженого грохота-перевантажувача за масою елементів конструкції та жорсткістю пружних зв'язків збудження коливань за переміщенням x і поворотом приводу за ϕ не відбувається. Протифазний рух середнього та крайніх колосників описується рівняннями:

$$\begin{aligned} x1(t) &= a_{x0} \sin(\omega t + \xi_{x0}) + a_{\phi 0} \sin(\omega t + \xi_{\phi 0}) + r \sin(\omega t + \pi); \\ x2(t) &= a_{x0} \sin(\omega t + \xi_{x0}) + r \sin(\omega t); \\ x3(t) &= a_{x0} \sin(\omega t + \xi_{x0}) - a_{\phi 0} \sin(\omega t + \xi_{\phi 0}) + r \sin(\omega t + \pi). \end{aligned} \quad (12)$$

Аналіз отриманих кривих показує, що переміщення розвантажувальних кінців колосників вдовж осі x забезпечується приводом грохота-перевантажувача (рис. 3, а).

П'ять рівнянь, що описують рух за віссю y і кутові коливання розв'язуються як єдина система і дозволяють дослідити відповідні коливання колосників – вдовж осі y і кутові.

Для порівняння були побудовані переміщення розвантажувальних кінців колосників за віссю y . Результат дозволяє зробити висновок, що і в цьому напрямку коливальний рух забезпечується приводом (рис. 3, б).

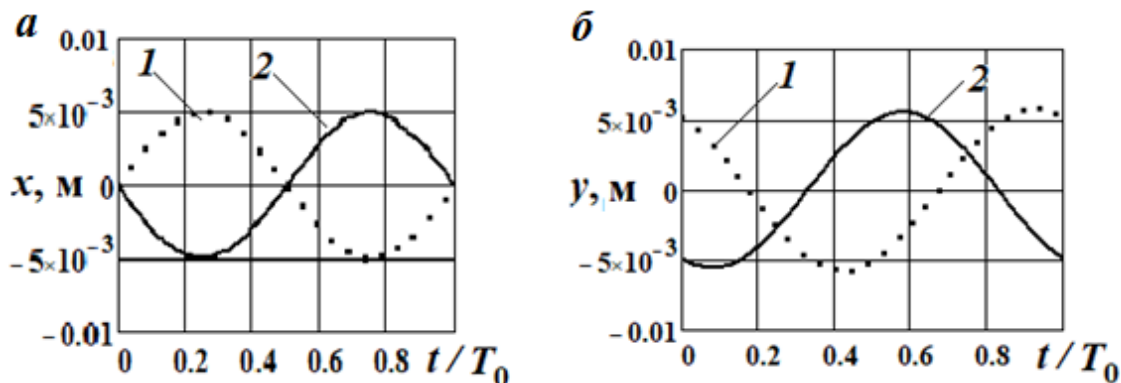


Рис. 3. Переміщення розвантажувальних кінців колосників (1 – бічні, 2 – середній)

На графіках позначені переміщення колосників протягом одного циклу коливань $T_0 = 2\pi/\omega$.

Розв'язок рівнянь (10) відносно кутових коливань $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ показав, що вони носять резонансний характер. На рис. 4 наведено графік амплітудно-частотної характеристики врівноваженого триколосникового грохота-перевантажувача. Отримані криві для кутових коливань різних колосників практично збігаються. Це пояснюється повною врівноваженістю грохота, що закладена у вихідні дані. Для числового прикладу, що розглядається, резонанс дорівнює 30 рад/с (рис. 4).

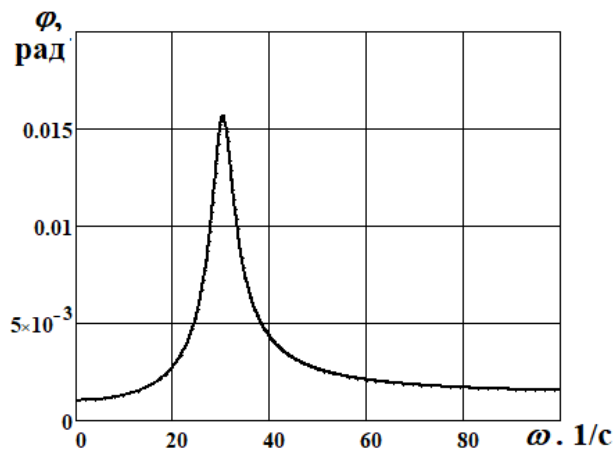


Рис. 4. Амплітудно-частотна характеристика кутових коливань колосників

Проведені дослідження і аналіз траєкторій руху різних точок колосників. Для цієї конструкції характерні кругові коливання біля місця встановлення приводу, прямолінійні коливання за віссю x і y в центрі тяжіння, еліптичні коливання у місця розвантаження. На рис. 5 показані траєкторії руху кінцевих точок розвантажувальних країв колосників.

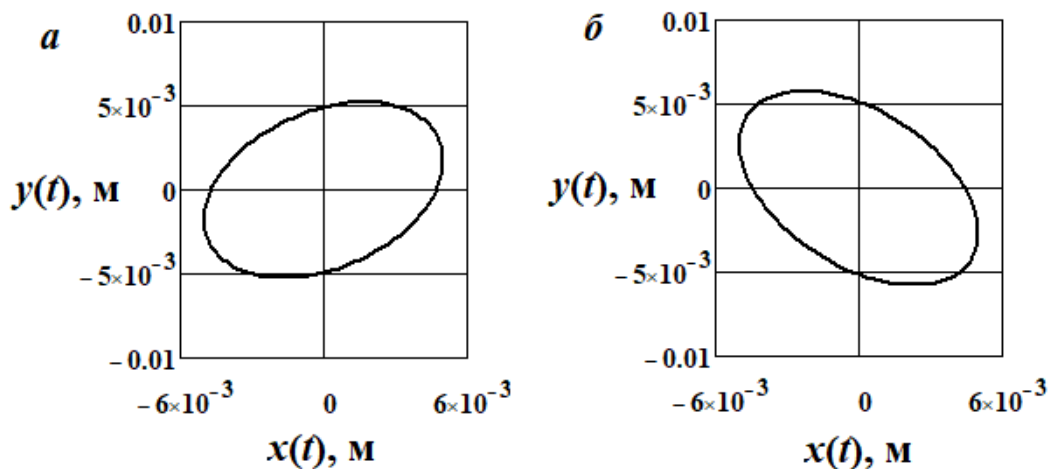


Рис. 5. Траєкторії руху розвантажувальних країв колосників
а – крайні, б – середній

Координати переміщення колосників у напрямку осі у визначено приблизно – не взято до уваги неузгодженість кутів наряду коливань і кута нахилу робочої поверхні до горизонту.

Для повністю врівноваженої конструкції грохота-перевантажувача при робочій частоті вимушених коливань 74 рад/с біля місця встановлення приводу за відсутності його переміщення і повороту, природно, будуть мати місце кругові коливання колосників. У міру просування до розвантажувального краю колосника траєкторія його руху переходить в еліптичну, причому конфігурація еліпса змінюється: амплітуда переміщень у напрямі осі x залишається постійною, а в напрямі ж осі y постійно змінюється. У зв'язку з цим можна очікувати і зміни швидкості руху матеріалу за довжиною грохота.

Висновки.

1. Досліджувана машина вирізняється високою перевантажувальною продуктивністю при переміщенні скельних порід і запобігає падінню великих шматків матеріалу на стрічку конвеєра із значної висоти.

2. За повної врівноваженості елементів грохота, внаслідок протифазного руху середнього і крайніх колосників, динамічні навантаження компенсуються і на основу не передаються.

3. Рух елементів грохота описується сімома лінійними диференціальними рівняннями другого порядку. При врахуванні непружних опорів як уявної частини комплексного модуля пружності пружних зв'язків, побудова амплітудно-частотної характеристики грохота зводиться до розв'язання семи алгебраїчних рівнянь, два з яких є незалежними.

4. Для повністю врівноваженого грохота-перевантажувача поверхні колосників у напрямі осі x , що з'єднує вісь приводу з центром ваги конструкції, здійснюють коливання з амплітудою r , у напрямі осі y колосники здійснюють і поворотні коливання, тож загалом поверхня колосників здійснює еліптичні коливання, що змінюються за довжиною колосника. Це, в поєднанні з протифазним рухом колосників сприяє розпушенню шару технологічного навантаження.

Перелік посилань

1. Стоцько, З.А. Топільницький, В.Г. Кусий, Я.М. & Ребот, Д.П. (2018). Математична модель дослідження динаміки вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит. *Вібрації в техніці та технологіях*, 2(89), 49–57.
2. Топільницький, В.Г., Кусий, Я.М., & Ребот, Д.П. (2020). Дослідження динаміки вібраційних машин оброблення поверхонь виробів шляхом математичного моделювання. *Вібрації в техніці та технологіях*, 1(96), 35–43.
3. Дмитрів, В.Т., Берегуляк, С.Т., & Сьомак, М.А. (2023). Модель двомасової коливної системи з паралельними пружним і демпфуючим елементами. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*, 57, 5–12.
4. Омелянов, О.М. & Замрій, М.А. (2020). Напрямки підвищення ефективності роботи вібраційних технологічних машин. *Вібрації в техніці та технологіях*, 4(99). 49–58.
5. Ланець, О.С., Майструк, П.В., Боровець, В.М., & Деревенько, І.А. (2019). Обґрунтування параметрів тримасової міжрезонансної вібраційної машини з інерційним приводом. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*, 53, 13–22.

6. Franchuk, V., Antsiferov, O., & Shkut, A. (2024). Dynamics of a vibrating screen with two motor-vibrators. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1348(1), 012063. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012063>

ABSTRACT

Purpose. To build a mathematical model of a balanced vibrating screen reloader with an eccentric drive and analyze the obtained dependencies in order to recommend rational design and technological parameters of the screen.

The methods. The analysis of scientific research in this area was carried out. A design scheme of a dynamically balanced vibrating screen-overloader of the grate type was developed. A methodology for solving the problem based on the Lagrange equation of the second kind is proposed and its mathematical model in the form of a system of linear differential equations is compiled. On their basis, the solution for determining the amplitudes of linear and angular vibrations is formed by the method of uncertain coefficients. The final expressions take into account the dissipative properties of the system. A numerical example of calculating the dynamics of a screen reloader with an antiphase motion of the grates is given using the Mathcad software. The amplitude-frequency response of the screen and the oscillation trajectories of the characteristic points of its surface are plotted.

Findings. A design scheme of a vibrating screen reloader with an antiphase movement of the grates was constructed. The mathematical model of the screen is described by seven linear differential equations of the second order. A program has been created to solve them and obtain the final expressions for studying the system. The dynamic calculation of the screen, taking into account the dissipative resistances of elastic elements, allowed us to study the amplitude-frequency response and showed the stabilization of the amplitude of oscillations at high frequencies. The surface of the grate bars performs elliptical oscillations that vary along their length, which, in combination with their out-of-phase motion, contributes to the loosening of the technological load layer.

The originality. New analytical dependencies for the calculation of a three-mass oscillatory system with an eccentric drive and out-of-phase motion of the masses are proposed, which allow to study its dynamics taking into account structural and technological parameters.

Practical implementation. The application of the research results will make it possible to create a rational design scheme of a dynamically balanced screen reloader, as well as to clarify the kinematic modes of movement of the technological load.

Keywords: vibration, screen reloader, eccentric drive, grates, out-of-phase motion, equation, amplitude-frequency response, vibration trajectories.