

© А.О. Хруцький¹, В.А. Громадський¹, О.Ю. Кривенко¹,
В.А. Громадський¹, О.С. Ліфенцов¹

¹ Криворізький національний університет, Кривий Ріг, Україна

ВИБІР РАЦІОНАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧИХ ОРГАНІВ З ЕКВІДИСТАНТНИМ ПРОФІЛЕМ ОДНОГВИНТОВИХ ГІДРОМАШИН ГІРНИЧОГО ОБЛАДНАННЯ

© A. Khrutskyi¹, V. Hromadskyi¹, O. Kryvenko¹, V. Hromadskyi¹, O. Lifentsov¹

¹ Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, Ukraine

SELECTION OF RATIONAL PARAMETERS OF WORKING ELEMENTS WITH AN EQUIDISTANT PROFILE OF SINGLE-SCREW HYDRAULIC MACHINES FOR MINING EQUIPMENT

Мета. Дослідження спрямоване на аналіз впливу геометричних параметрів одногвинтових насосів зі співвідношенням 3:4, зокрема довжини гвинта та діаметра утворюючого кола, на робочий об'єм насоса і протяжність лінії контакту між ротором і статором з метою зменшення енергетичні витрати та покращення його експлуатаційні характеристики.

Методика. Дослідження виконано шляхом комп'ютерного моделювання робочих порожнин насоса. Діапазони значень кроку витка гвинта (150–450 мм) та діаметра утворюючого кола (8–20 мм) визначено на основі аналізу номенклатурних рядів промислових насосів. Використано аналітичні та числові методи для встановлення математичних залежностей між досліджуваними параметрами, а також метод підсумовування для розв'язання завдання багатокритеріальної оптимізації.

Результати. Проведено аналіз взаємозв'язків геометричних характеристик гвинтової пари та експлуатаційних показників насоса. Розроблено математичні моделі залежності робочого об'єму та довжини лінії контакту від параметрів роторно-статорної пари. Оптимізація враховує максимізацію робочого об'єму і мінімізацію довжини контакту для зменшення тертя та підвищення ККД насоса.

Наукова новизна. Встановлено квадратичну залежність робочого об'єму насоса від довжини гвинта та діаметра утворюючого кола. Встановлено лінійну залежність загальної довжини лінії контакту між ротором і статором від довжини гвинта та діаметра утворюючого кола, де цих же геометричних характеристик. Визначено оптимальні геометричні параметри, що забезпечують баланс між продуктивністю насоса та зменшенням тертя.

Практична значимість. Розроблені математичні залежності можуть бути використані при проєктуванні оптимальних конструкцій одногвинтових насосів, зокрема в гірничій промисловості, для підвищення ефективності та довговічності насосного обладнання.

Ключові слова: *гідропривід, гідромашини, одногвинтові насоси, робочий об'єм, лінія контакту, еквідистантний профіль, гіпо-епі-циклоїда, багатокритеріальна оптимізація.*

Вступ. Подальший розвиток гірничодобувної та переробної промисловості у напрямку впровадження безперервних технологічних процесів потребує розширення використання потужного гідравлічного обладнання, яке відповідає різним виробничим потребам та умовам експлуатації. Це стосується як насосних

станцій, що забезпечують роботу силових гідросистем гірничих машин, так і пристроїв для транспортування бурових розчинів та пульп із високим вмістом твердих включень [1, 2].

Серед усього розмаїття насосних систем найбільш універсальними є одnogвинтові насоси, які демонструють високу продуктивність, ефективність та довговічність під час роботи з рідинами, що містять механічні домішки та мають низькі змащувальні властивості. При цьому кінематична пара «гвинт – обойма» у кожному поперечному перерізі може бути представленою у вигляді двох концентричних кіл, де менше коло (відповідає гвинту) обертається усередині більшого (відповідає обоймі) без ковзання, підтримуючи постійну кутову швидкість [3, 4].

Сполучений профіль гвинта утворюється як огинаюча кривої, що отримується при коченні вихідного профілю. Центр перерізу обойми збігається із центром зовнішнього кола, тоді як центр перерізу гвинта відповідає осі внутрішнього кола. Загалом форма профілю обойми визначається як еквідистанта гіпоциклоїди, що складається з частин дуг кола, з'єднаних кривими гіпоциклоїдального типу.

Одногвинтові гідромашини найчастіше функціонують на основі героторного механізму із внутрішнім циклоїдальним зачепленням. Такі циклоїдальні зачеплення мають наступні [5–7]:

- гладкість профілю зубців, що забезпечує рівномірність передачі моменту.
- мінімальне число зубців, необхідне для роботи механізму без підрізання профілю.
- можливість реалізації внутрішнього зачеплення з різницею в числі зубців на одиницю, що характерно для планетарних редукторів та гідравлічних машин.
- широкий діапазон геометричних конфігурацій зубців – від округлих до трикутних з криволінійними гранями.
- зменшення маси та габаритів механізмів.
- збільшення ефективності передачі енергії.
- раціональне поєднання кочення та ковзання, що зменшує знос.
- мінімізацію вібрацій та шуму під час роботи.

Циклоїдальне зачеплення створюється кількома методами, зокрема шляхом [8, 9]:

- формування профілю від укороченої гіпо- чи епіциклоїди.
- використання еквідистанти від початкової циклоїдальної кривої.
- створення профілю як огинаючої циклоїдальної рейки.

Циклоїдальний контур відрізняється високою варіативністю форми зубів, що дає змогу створювати механічні передачі з майже будь-яким поєднанням чисел зубів та кривизни зчеплених коліс. Використання циклоїдального зачеплення забезпечує можливість реалізації малозубих профілів, що мають однаковий знак кривизни (круглі, овальні, трикутні з вигнутими гранями). Це особливо важливо при розробці роторних машин із підвищеним коефіцієнтом ефективності [8, 9].

Якщо профіль статора містить більше зубців, ніж профіль ротора, такий варіант конструкції характерний для робочих елементів гвинтових насосів, де

кінематичне співвідношення дорівнює 1:2, а також для гідромоторів із кінематичними передавальними числами в діапазоні від 3:4 до 9:10 [10, 11].

У випадку, коли статор містить на один зуб менше, ніж внутрішній ротор, така схема використовується в конструкціях двигунів внутрішнього згоряння та компресорів, де застосовуються позацентроїдні механізми з нееквідистантним зачепленням та кінематичними співвідношеннями 3:2 і 2:1 [10, 11].

Таким чином, циклоїдалне зачеплення є перспективним напрямком у створенні високоефективних роторних механізмів, що застосовуються у нафтогазовій, гірничій та машинобудівній галузях.

Одним із ключових параметрів одногвинтового насоса є співвідношення західності ротора та статора, яке визначає його робочі характеристики. Найпоширеніші варіанти цього співвідношення включають: 1:2, 3:4, 5:6, 7:8, 9:10. Насоси з малою кількістю заходів ротора та статора працюють на вищих обертах, проте мають нижчий момент опору обертанню. У міру збільшення кількості заходів збільшується момент опору та зменшується необхідна частота обертання. Водночас насоси з більшою кількістю заходів демонструють вищу подачу, зменшену швидкість ковзання ротор-статор та підвищену швидкість руху рідини всередині насосних каналів [10, 11].

При порівнянні насосів з різними співвідношеннями заходів ротора та статора особливу увагу слід звернути на моделі зі співвідношенням 3:4. Вони є оптимальним варіантом між мало- та багатозаходними насосами, поєднуючи переваги обох типів конструкцій [10, 11].

Хоча профіль гвинта та обойми має свої конструктивні особливості, він підпорядковується загальним математичним умовам для ущільнених гвинтових механізмів. Щоб у насосі могли утворюватися робочі камери у вигляді шлюзів, які теоретично ізольовані від приймальної та напірної зон, необхідно дотримуватися таких умов [12]:

- контакт гвинтових поверхонь здійснюється по лінії, яка неперервно відмежовує область нагнітання від зони всмоктування;

- нормаль у точці контакту гвинта та обойми має проходити через центр зачеплення;

- кількість зубців (заходів) обойми z_1 завжди на одиницю більша за число заходів гвинта z_2 , що виражається формулою:

$$z_1 = z_2 + 1 \quad (1)$$

- відношення кроків обойми T та гвинта t повинно відповідати пропорції кількості їхніх зубців:

$$T / t = z_1 / z_2 \quad (2)$$

- робоча довжина гвинта l має відповідати умові:

$$l \geq T \quad (3)$$

- співвідношення чисел заходів гвинта і обойми визначається рівнянням:

$$i = z_2 / z_1 \quad (4)$$

Конструкція таких механізмів визначається комбінацією п'яти параметрів [4, 10, 11]:

- передаточне відношення.
- тип зачеплення (епі- чи гіпоциклоїдальне).
- ступінь позacentроїдності.
- форма зуба.
- параметри зміщення рейки.

Постановка завдання. У межах цього дослідження аналізується вплив таких геометричних параметрів, як довжина гвинта та діаметр утворюючого кола, на об'єм робочих порожнин насоса та протяжність контактної лінії між ротором і статором в одногвинтових насосах зі співвідношенням 3:4.

Викладення матеріалу та результати. Вихідні геометричні параметри ротора та статора обираються таким чином, що діаметри початкових кіл цих компонентів збігаються [8, 12]. При цьому діаметр ділильного кола ротору дорівнює восьми діаметрам початкового кола, а відповідний параметр статора – шести діаметрам початкового кола (рис. 1) [9, 10].

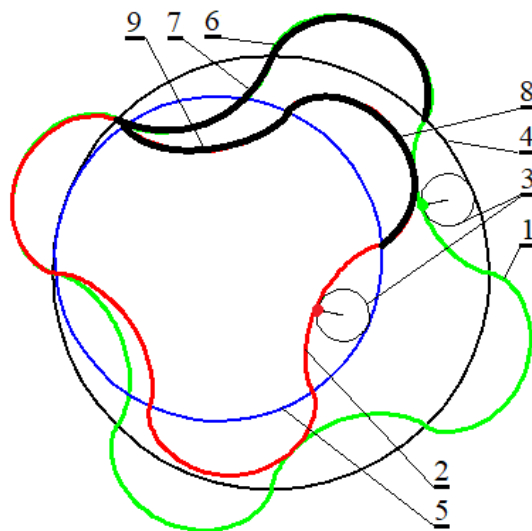


Рис. 1. Профільні характеристики ротора та статора у випадку співвідношення 3:4: 1 – статор; 2 – ротор; 3 – початкове коло; 4 – ділильне коло статора; 5 – ділильне коло ротора; 6 – епіциклоїда статора; 7 – гіпоциклоїда статора; 8 – епіциклоїда ротора; 9 – гіпоциклоїда ротора

При побудові комп'ютерної моделі насоса було підтверджено теоретичне твердження, викладене у роботі [11], що кут повороту профілю ротора складає $4/3$ від кута обертання профілю статора.

Досліджено вплив базових геометричних характеристик гвинтової пари – кроку витка гвинта та діаметру утворюючого кола – на робочий об'єм насоса та загальну довжину контактної лінії між ротором і статором (рис. 2). Діапазони досліджених значень становили від 150 мм до 450 мм для кроку витка та від 8 мм до 20 мм для діаметру утворюючого кола. Ці значення визначено на основі аналізу номенклатурних рядів промислових гвинтових насосів.

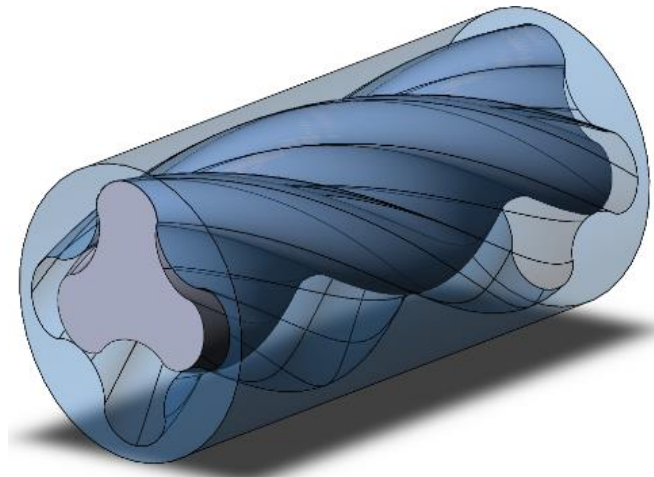


Рис. 2. Формування вузла «ротор-статор» в одногвинтовому насосі зі співвідношенням 3:4

На основі комп'ютерного моделювання внутрішніх порожнин насоса було встановлено квадратичну залежність робочого об'єму від довжини гвинта та діаметра утворюючого кола (рис. 3). Отримане рівняння має вигляд:

$$V_n(L, d) = 3.827 \cdot 10^6 - 8617 \cdot L - 582576 \cdot d + 20319 \cdot d^2 + 1308 \cdot L \cdot d \quad (5)$$

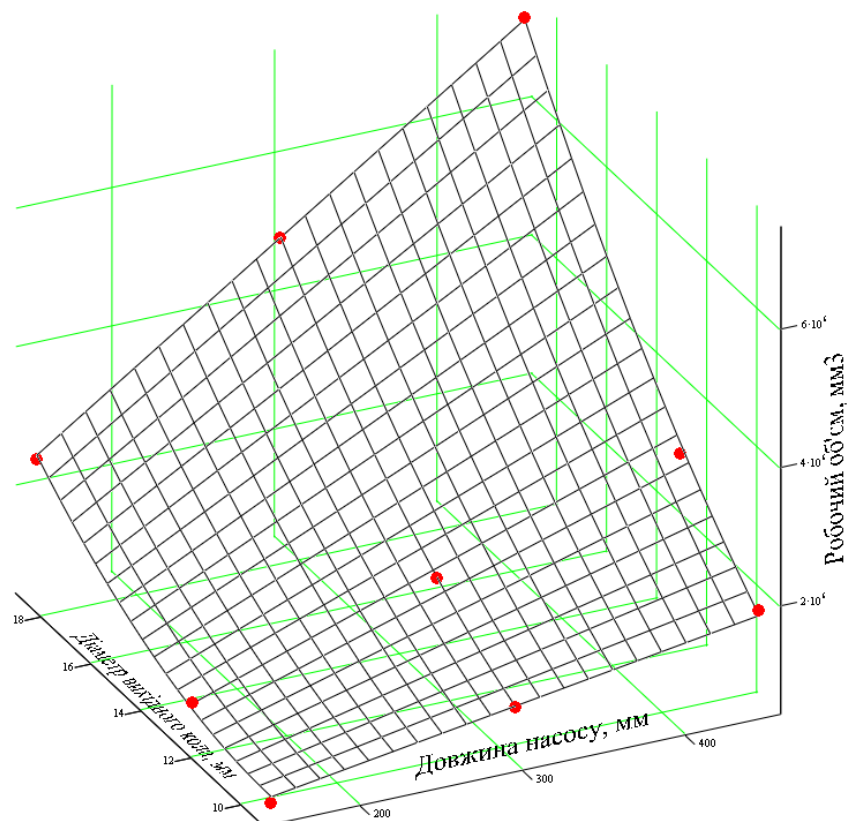


Рис. 3. Вплив довжини гвинта та діаметру утворюючого кола на робочий об'єм насоса

Аналіз отриманої залежності (5) дозволяє зробити висновок, що довжина насоса має лінійний вплив, тоді як діаметр утворюючого кола – нелінійний, причому обидва ці параметри позитивно корелюють із зростанням об'єму.

Результати комп'ютерного моделювання дозволили визначити квадратичну залежність загальної довжини лінії контакту між ротором і статором від довжини гвинта та діаметра утворюючого кола, що описується рівнянням (рис. 4)

$$L_k(L, d) = -17,86 + 5,403 \cdot L + 31,251 \cdot d + 0,001195 \cdot L^2 + 0,316 \cdot d^2 - 0,047 \cdot L \cdot d \quad (6)$$

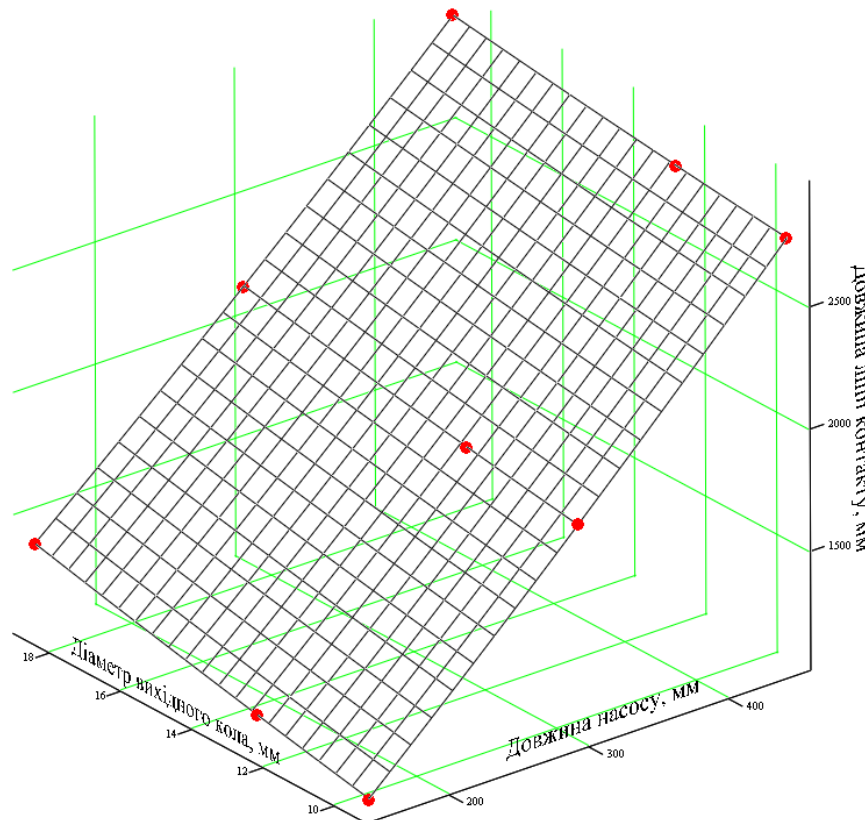


Рис. 4. Вплив довжини гвинта та діаметру утворюючого кола на загальну довжину лінії контакту

Встановлено, що обидва параметри мають майже лінійний вплив на протяжність лінії контакту, причому зі збільшенням довжини гвинта та діаметра утворюючого кола, довжина контакту також збільшується.

Наступним етапом дослідження стало вирішення задачі багатокритеріальної оптимізації, яка базується на виявлених залежностях та враховує два ключові критерії:

- робочий об'єм насоса – має бути максимізованим.
- загальна довжина лінії контакту – має бути мінімізована, оскільки це дозволяє знизити тертя та підвищити ККД насоса.

На рис. 5 представлено графічне зображення умов оптимізації.

Оптимальним розв'язком задачі багатокритеріальної оптимізації є перетин поверхонь, що описують залежності робочого об'єму та довжини контактної

лінії (поз. 3, рис. 5). Для визначення компромісного розв'язку рівняння (5) та (6) було переведено у відносні величини:

$$\begin{aligned} &0,52 - 0,0012 \cdot L - 0,08 \cdot d + 0,0028 \cdot d^2 + 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot L \cdot d = \\ &= 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot L + 0,01 \cdot d + 4,036 \cdot 10^{-7} \cdot L^2 + 10^{-4} \cdot d^2 - 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot L \cdot d - 0,006 \end{aligned} \quad (7)$$

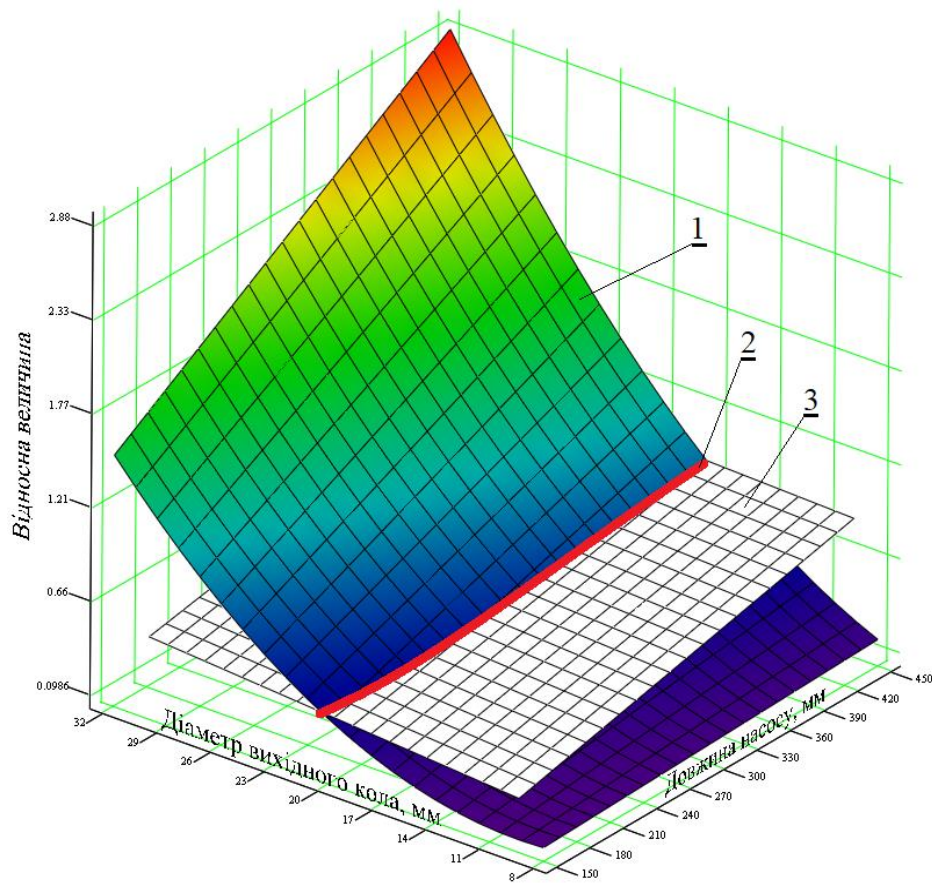


Рис. 5. Визначення оптимального компромісного рішення: 1 – робочий об'єм насоса; 2 – компромісне рішення; 3 – довжина лінії контакту ротора і статора

Розв'язавши рівняння відносно однієї змінної (наприклад, d), отримали співвідношення:

$$d(L) = 16,7 + 185,18 \cdot \sqrt{4,28 \cdot 10^{-8} \cdot L^2 - 3 \cdot 10^{-6} \cdot L + 0,0024} - 0,036 \cdot L \quad (8)$$

Отримана залежність дозволяє визначити оптимальний діаметр початкового кола при заданому кроці гвинта таким чином, щоб досягти максимального робочого об'єму насоса при мінімальній довжині лінії контакту між ротором та статором. Це, у свою чергу, забезпечує мінімізацію тертя у насосі та підвищення його ефективності.

Тоді, залежності для визначення базових геометричних параметрів одnogвинтових насосів зі співвідношення 3:4 будуть наступними.

Діаметр початкового кола, мм:

$$d = \frac{7 \cdot 10^5 + \sqrt{1,2 \cdot 10^{13} + 3,2 \cdot 10^6 \cdot (V/k)}}{2 \cdot (3,8 \cdot 10^6 - V/k)} \quad (9)$$

де: $V = Q / n$ – необхідний робочий об’єм насоса, мм³; Q – необхідна подача, мм³/год; k – кількість кроків гвинта, визначена згідно з [11]; n – максимально допустима частота обертання гвинта відповідно до [11].

Крок гвинтової лінії насоса, мм:

$$L = 1,923 \cdot \left(\begin{array}{l} 2,236 \cdot \sqrt{5,3 \cdot 10^9 \cdot d^2 - 7 \cdot 10^{10} \cdot d + 26 \cdot (V/k) + 2,3 \cdot 10^{11}} - \\ -1,6 \cdot 10^5 \cdot d + 10^6 \end{array} \right) \quad (10)$$

Висновки. Проведене дослідження дозволило визначити оптимальні значення діаметра утворюючого кола та довжини кроку гвинтової лінії для одногвинтового насоса зі співвідношенням 3:4, що забезпечує максимізацію робочого об’єму та мінімізацію довжини контактної лінії між ротором і статором.

Доповнено методику проєктування насосів гвинтового типу шляхом визначення раціональних параметрів роторно-статорної пари, що дозволяє покращити експлуатаційні характеристики одногвинтових насосів, що використовуються у гідроприводах гірничих машин.

Перелік посилань

1. Canessa, E., Baruzzo, M., & Fonda, C. (2017). Study of Moineau-based pumps for the volumetric extrusion of pellets. *Additive Manufacturing*, 17, 143–150. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.08.015>
2. Yang, H. X., Zhang, S. Y., Jia, X. K., Hao, X. D., & Wu, M. (2013). Test of Coal Slime Pumping by Single-Screw Pump. *Advanced Materials Research*, 712–715, 1380–1385. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.712-715.1380>
3. Wu, J. F., Lan, J. B., Meng, F. G., Zhang, X. P., & Yu, Y. (2013). Simulation Study for the Effects of Rotational Speed on Performance of Full Metal Single Screw Pump. *Key Engineering Materials*, 561, 384–389. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.561.384>
4. Yu, B. L., Wu, J. F., & Yu, Y. (2013). Theory Research on Full Metal Single Screw Pump. *Applied Mechanics and Materials*, 345, 233–237. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.345.233>
5. Fujimoto, Y., & Horie, M. (2017). Study on Stator Stage of Single Screw Pump with Narrow Gap. *The Proceedings of Mechanical Engineering Congress, Japan, 2017(0)*, J0550104. <https://doi.org/10.1299/jsmemecj.2017.j0550104>
6. Wu, J. F., & Gao, W. (2011). The Finite Element Analysis of Two Line Types of Three-Thread Single-Screw Pump. *Advanced Materials Research*, 204–210, 1175–1179. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.204-210.1175>
7. Zhang, H., Wu, X., & An, Y. (2020). Analysis of Leakage Model of All-Metal Screw Pump. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 1–8. <https://doi.org/10.1155/2020/7204859>
8. Aage, N., Donaldson, J., Feng, Y., Gennip, Y., Grann, H., Gravesen, J., Hlod, A., Jensen, T.S., Larsen, A.A., Malakpoor, K., Markvorsen, S., Moreno, D., Malakpoor, K., Markvorsen, S., Moreno, D., Panhuis, P., & Panhuis, J. (6 November 2006). *Mathematical problems for Moineau pumps. Engineering, Mathematics*.
9. Gravesen, J. (2008). The geometry of the Moineau pump. *Computer Aided Geometric Design*, (25), 792–800.

10. Лінчевський, Є.А., Куценко, Л.М., Калиновський, А.Я., Семків, В.О., Назаренко, С.Ю., & Сухарькова, О.І. (2022). Геометричне моделювання епігіпотрохідних профілів одногвинтових насосів Муано. *Scientific Journal Problems of Emergency Situations*, 2(36), 195–218. <https://doi.org/10.52363/2524-0226-2022-36-16>
11. Росоха, С.В., & Куценко, Л.М. (2007). *Геометричне моделювання об'ємів робочих камер роторно-планетарних трохойдних машин: монографія*. УЦЗУ.
12. Baroiu, N., Costin, G. A., Frumușanu, G. R., Teodor, V. G., & Oancea, N. (2021). Study of the stator geometry for a Moineau pump. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1009(1), 012003. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/1009/1/012003>

ABSTRACT

Purpose. The study is aimed at analyzing the influence of geometric parameters of single-screw pumps with a 3:4 ratio, specifically the length of the screw and the diameter of the generating circle, on the working volume of the pump and the length of the contact line between the rotor and stator, with the goal of reducing energy consumption and improving its operational characteristics.

The methods. The research was conducted through computer modeling of the pump's working cavities. The ranges of screw pitch values (150–450 mm) and the diameter of the generating circle (8–20 mm) were determined based on the analysis of industrial pump nomenclature series. Analytical and numerical methods were used to establish mathematical dependencies between the studied parameters, as well as a summation method to solve the multi-criteria optimization problem.

Findings. An analysis of the interrelationships between the geometric characteristics of the screw pair and the operational indicators of the pump was carried out. Mathematical models describing the dependencies of the working volume and the length of the contact line on the parameters of the rotor-stator pair were developed. The optimization takes into account the maximization of the working volume and the minimization of the contact line length to reduce friction and improve the pump's efficiency.

The originality. A quadratic dependence of the pump's working volume on the screw length and the diameter of the generating circle was established. A linear dependence of the total contact line length between the rotor and stator on these same geometric characteristics was found. Optimal geometric parameters ensuring a balance between pump productivity and reduced friction were determined.

Practical implementation. The developed mathematical dependencies can be used in the design of optimal single-screw pump structures, particularly in the mining industry, to improve the efficiency and longevity of pumping equipment.

Keywords: *hydraulic drive, hydraulic machines, single-screw pumps, working volume, contact line, equidistant profile, hypo-epi-cycloid, multi-criteria optimization.*