

© І.К. Младецький¹, К.А. Левченко¹, Н.В. Кушнірук²

¹ТОВ «Технічний університет «Метінвест політехніка», Запоріжжя, Україна

²Криворізький національний університет, Кривий Ріг, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ НЕОБХІДНОЇ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ЗБАГАЧЕННЯ

© I. Mladetskyi¹, K. Levchenko¹, N. Kushniruk²

¹Technical University "Metinvest Polytechnic" LLC, Zaporizhzhia, Ukraine

²Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, Ukraine

DETERMINATION OF THE REQUIRED MEASUREMENT ERROR OF ENRICHMENT INDICATORS

Мета. Розробка методики визначення необхідної точності вимірювання технологічних показників розділення при збагаченні корисних копалин.

Методика. При виконанні роботи застосовано метод узагальнення наукової інформації; аналітичний, ймовірно-статистичний методи дослідження; виконано математичне моделювання фрагменту схеми збагачення.

Результати. Технологічна лінія збагачення перетворює спектр початкового сигналу на спектр вихідного сигналу, у відповідності до своєї частотної характеристики. Тому пропонується: визначати спектральну функцію зміни показника якості на початку технології збагачення; сепараційну характеристику лінії збагачувальних апаратів представити відповідно до законів їх з'єднання; виконати запис сепараційної характеристики через передавальні функції, що дозволить отримати значення частотної характеристики і визначити дисперсію процесу. Якщо вздовж технологічної лінії збагачення зміна точності відбувається за лінійним законом, то пропонується рівняння яке дозволить визначити необхідну точність вимірювання технологічних показників збагачення.

Наукова новизна. Новизна дослідження полягає в розробці узагальненого підходу до визначення спектральних характеристик збагачувальних процесів з урахуванням впливу передавальних функцій окремих апаратів технологічної лінії. Використання спектрального розкладання частотних характеристик дозволяє більш точно визначати основну складову сигналу. Встановлено залежність середнього показника якості від похибки його визначення, що прямопропорційно впливає на точність процесу збагачення.

Практична значимість. Застосування отриманих результатів може бути корисним для розробки нових методів оптимізації збагачувальних процесів, що базуються на аналізі спектральних характеристик та їх зв'язку з параметрами технологічного обладнання.

Ключові слова: технологічна лінія збагачення, сепараційна характеристика, передавальні функції, частотна характеристика, дисперсія процесу, похибка, точність вимірювання.

Вступ. Випробування і контроль при збагаченні корисних копалин необхідні процеси для того, щоб за допомогою виміру якісних показників (в більшості випадків це вміст корисного компоненту) визначати кількісні [1]. Вимір витрат матеріалу (виходу) в потоках пульпи реалізувати вкрай важко, а тому їх визначають через вимірювання вмісту цінного мінералу в продуктах розділення. Оскільки головний товар збагачувального підприємства – концентрат, то вимоги

до визначення виходу, а значить і до вимірів значень вмісту цінного мінералу в початковому продукті, відходах та концентраті досить високі. Апріорі відомо, що чим вище точність контролю якісних показників, тим вище буде точність розрахунку кількісних показників.

Основна частина. Точність вимірювання будь якої величини залежить від відношення середніх її значень до середньоквадратичного відхилення. Збагачувальні процеси характеризуються великою часткою випадкової складової, в яких основна не випадкова складова перекривається в значній мірі перешкодами. Тому використовують спектральне розкладання дисперсії випадкового процесу для виділення основної складової. Спектральна функція стаціонарного випадкового процесу розраховується за допомогою співвідношення [1]:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

де: $K_{xx}(\tau)$ – кореляційна функція випадкового процесу; ω – частота.

Значення спектральної функції $S(\omega)$ знаходиться шляхом задавання частоти ω . Якщо задаватись множиною значень частот то визначається вся функція.

Будь-який динамічний об'єкт, і в тому числі технологічна лінія збагачення, перетворює спектр початкового сигналу $S_x(\omega)$ на спектр вихідного сигналу $S_y(\omega)$, у відповідності до своєї частотної характеристики $\Phi(j\omega)$, (де $j = \sqrt{-1}$). Тому, згідно з виразом [1], отримуємо:

(2)

Отже, при відомій частотній характеристиці технологічної лінії розраховується квадрат її модуля та визначається спектр початкового сигналу. Так, як дисперсія сигналу D_x визначається за рівнянням:

$$D_x = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega, \quad (3)$$

то відповідно, буде також розрахована дисперсія кінцевого сигналу.

Частотна характеристика технологічного об'єкту знаходиться на підставі його передавальної функції $W(p)$, запис якої наводиться диференціальним рівнянням, записаним у символічній формі [1]. Якщо відома передавальна функція об'єкту $W(p)$, то частотна характеристика знаходиться шляхом формальної заміни аргументу p на аргумент $j\omega$ ($p \rightarrow j\omega$), з наступними тотожними перетвореннями. Ці перетворення дозволяють виявити дійсну $A(\omega)$ і уявну $B(\omega)$ частини.

Технологічна лінія збагачення складається із окремих збагачувальних, або переробних апаратів. Отже, передавальна функція всієї лінії збагачення складається з передавальних функцій окремих апаратів, що входять до її складу. Більшість апаратів мають одну ємність і тому записуються математичним виразом у вигляді співвідношення [2].

$$W(p) = \frac{\gamma}{Tp + 1}, \quad (4)$$

де γ – вихід продукту; T – стала часу перехідного процесу, с ($T = V/Q$; V – об'єм апарату, м³; Q – об'ємна продуктивність апарату, м³/с).

Передавальна функція технологічної лінії збагачення буде також залежати від схеми з'єднання апаратів [3].

Розглянемо приклад збагачувальної технологічної лінії, що представлена схемою на рисунку. Кожен апарат виконує перетворення показників якості початкового потоку у відповідності до своєї характеристики.

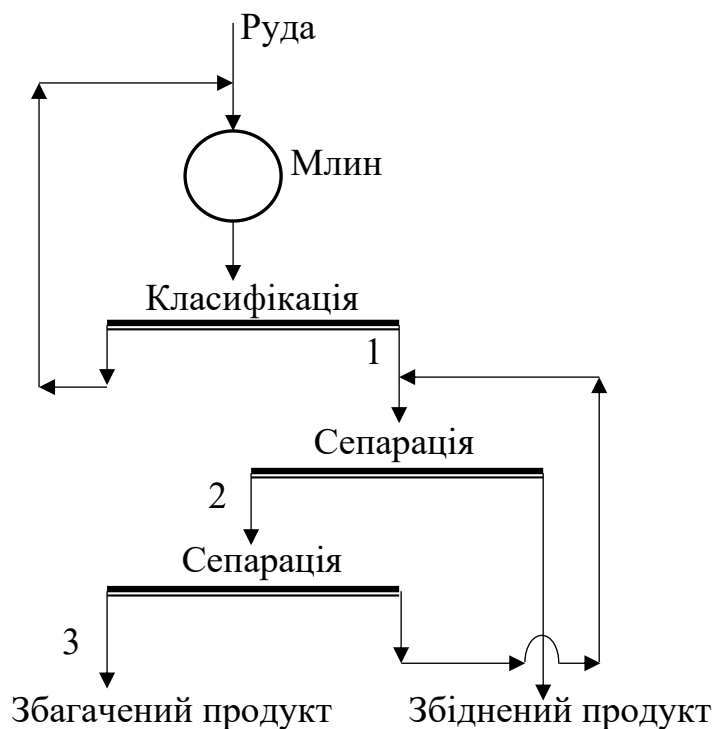


Рис. Схема технологічної лінії збагачення

Процес подрібнення змінює гранулометричний склад матеріалу за подрібнювальною характеристикою A . Апарати розділення (сепаратори, класифікатори) змінюють якість продуктів згідно своєї сепараційної характеристики P .

Відповідно до законів з'єднання апаратів [3–5] отримуємо сепараційну характеристику технологічної лінії збагачення, або з'єднання апаратів:

$$P_c = \frac{AP_1P_2P_3}{(1 - A(1 - P_1)(1 - P_2(1 - P_3)))}. \quad (5)$$

Кожен апарат має свою передавальну функцію, яку можна записати у вигляді:

$$W_A = \frac{1}{T_M p + 1}; \quad W_1 = \frac{\gamma_1}{T_1 p + 1}; \quad W_2 = \frac{\gamma_2}{T_2 p + 1}; \quad W_3 = \frac{\gamma_3}{T_3 p + 1};$$

$$T_M = \frac{V_M}{Q_M}; \quad T_1 = \frac{V_1}{Q_1}; \quad T_2 = \frac{V_2}{Q_2}; \quad T_3 = \frac{V_3}{Q_3}.$$

де W_i – передавальна функція i -того апарату; γ_i – вихід продукту; T_i – стала часу перехідного процесу, с; V_i – об’єм апарату, м³; Q_i – об’ємна продуктивність апарату, м³/с.

Підставимо у вираз (5) замість P_i передавальні функції та отримаємо:

$$W_c(p) = \frac{W_A W_1 W_2 W_3}{1 - W_2(1 - W_3) - W_A(1 - W_1) + W_A W_2(1 - W_3)(1 - W_1)}. \quad (6)$$

Замінімо у виразі (6) передавальні функції їх неявним значенням та виконаємо тотожні перетворення. Маємо:

$$W_c(p) = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 / (T_1 p + 1 - \gamma_1)(T_3 p + 1 - \gamma_3)(T_M p + 1)(T_1 p + 1) - (T_1 p + 1 - \gamma_1)(T_1 p + 1)(T_3 p + 1) + \gamma_2 (T_3 p + 1 - \gamma_3)(T_1 p + 1 - \gamma_1).$$

Розкриємо дужки в знаменнику і приведемо подібні члени:

$$W_c(p) = \frac{a_0}{a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_0 &= \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3; & a_1 &= T_1^2 \cdot T_3 \cdot T_M; \\ a_2 &= T_1 \cdot T_3 \cdot T_M + T_1^2 \cdot T_M + T_1^2 \cdot T_3 \cdot \gamma_3 + T_1 \cdot T_2 \cdot T_M - T_1 \cdot T_3 \cdot T_M + 2 \cdot T_1^2 \cdot T_3; \\ a_3 &= 2 \cdot T_1 \cdot T_3 + T_1 \cdot T_M \cdot (1 + \gamma_1 + \gamma_1 \cdot \gamma_3) + T_1^2 \cdot T_M \cdot (1 + \gamma_3) + T_3 \cdot T_M + T_1 \times \\ &\quad \times T_M - 2 \cdot T_3 \cdot T_M \cdot \gamma_1 + T_1^2 + 2 \cdot T_1 \cdot T_3 - T_1 \cdot T_3 \cdot (\gamma_2 - \gamma_1); \\ a_4 &= T_1 \cdot (4 + 2 \cdot \gamma_3 + \gamma_1 \cdot \gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_2 \cdot \gamma_3) + T_M \cdot (1 + 2 \cdot \gamma_1 + \gamma_3) + T_3 \cdot (1 + \gamma_1); \\ a_5 &= 2 + \gamma_3 + \gamma_1 \cdot \gamma_3 + 2 \cdot \gamma_2 + \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 - \gamma_1 \cdot \gamma_2. \end{aligned}$$

Тепер для отримання частотної характеристики замість p підставляємо у вираз (7) $j\omega$, та отримуємо:

$$\Phi_c(j\omega) = \frac{a_0}{a_1(j\omega)^4 + a_2(j\omega)^3 + a_3(j\omega)^2 + a_4 j\omega + a_5}. \quad (8)$$

Після піднесення до степеню аргументу отримуємо комплексне число в знаменнику:

$$\Phi_c(j\omega) = \frac{a_0}{a_1(j\omega)^4 + a_2(j\omega)^3 + a_3(j\omega)^2 + a_4 j\omega + a_5} = \frac{a_0}{a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5 + j(-a_2 \omega^3 + a_4 \omega)}.$$

Позбавляємося від комплексності в знаменнику, та отримуємо:

$$\begin{aligned} \Phi_c(j\omega) &= \frac{a_0(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5 + j(-a_2 \omega^3 + a_4 \omega))}{(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5)^2 + (-a_2 \omega^3 + a_4 \omega)^2} = \\ &= \frac{a_0 a_1 \omega^4 - a_0 a_3 \omega^2 + a_2 a_0}{(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5)^2 + (-a_2 \omega^3 + a_4 \omega)^2} - j \frac{-a_2 \omega^3 + a_4 \omega}{(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5)^2 + (-a_2 \omega^3 + a_4 \omega)^2} = \\ &= A(\omega) - jB(\omega). \end{aligned}$$

Отже, маємо частотну характеристику для збагаченого продукту (точка 3 технологічної лінії). При отриманні частотних характеристик для інших продуктів (точок) необхідно скласти відповідні передавальні функції та виконати тотожні дії. Таким чином, передавальна функція для точки 1 буде мати вигляд:

$$W_1(p) = \frac{W_A W_1}{1 - W_A(1 - W_1)};$$

для точки 2:

$$W_2(p) = \frac{W_A W_1 W_2}{(1 - W_A \cdot (1 - W_1)) \cdot (1 - W_2 \cdot (1 - W_3))}.$$

Модуль частотної характеристики можливо записати у вигляді:

звідки:
$$|\Phi(j\omega)|^2 = A^2(\omega) + B^2(\omega).$$

Обчисливши спектральну функцію початкового сигналу (змін показника якості) $S_x(\omega)$ визначаємо дисперсію.

Зазвичай завдяки технологічному випробуванню відомі середні значення показників якості, крім того їх можна визначити за допомогою математичної моделі, складеної із використанням сепараційних характеристик розділових апаратів. Таким чином, об'єктивні показники якості збагачувального процесу в кожній його точці нам відомі, а саме: $\bar{x}_m$ (середнє значення показника) та σ_{xm} (похибка визначення показника). На підставі цих величин введемо поняття точності технологічного процесу.

Відповідно до означення точність вимірювання величини є відношення середнього значення показника ($\bar{x}_m$) до похибка його визначення (σ_{xm}). Таким чином, чим більша точність вимірювання якісних показників технологічного процесу, тим більше його точність (τ_n), тобто:

$$\tau_n = \frac{1}{|\delta|} = \frac{\bar{x}_m}{\sigma_{xm}}.$$

Якщо $\frac{x_g}{\sigma_g}$ точність вимірювання якісних показників в заданій точці, то:

$$\frac{x_g}{\sigma_g} = k \frac{\bar{x}_m}{\sigma_{xm}},$$

де k – коефіцієнт пропорційності.

Відомо також, що чим ближче знаходиться значення величини, що вимірюється, до кінця шкали пристрою контролю x_{maxi} , тим менше відносна похибка вимірювання. Якщо, ціна ділення шкали Δx_i визначає похибку вимірювання, то відносна похибка складатиме:

$$\delta_i = \frac{\Delta x_i}{x_{\max i}}.$$

Звідси слідує, що необхідно мати дані що двох параметрів Δx_i та $x_{\max i}$.

Якісні показники при збагаченні корисних копалини вимірюють за допомогою хімічного, оптичного або рентгенівського методів, та отримують похибку в абсолютному відхиленні. Якщо два сусідні вимірювання не відрізняються один від одного на величину Δx_3 , то оцінка якості проведена задовільно, тобто відповідає стандарту. Таким чином, об'єктом пошуку має служити Δx_3 .

Практично завжди, на виробництві перед проведенням аналізу відоме середнє значення показника якості $\bar{x}_m$. В цьому випадку необхідно визначити одну величину Δx_3 , оскільки $\bar{x}_g = \bar{x}_m$.

Припустимо, що вздовж технологічної лінії збагачення (ТЛЗ) зміна необхідної точності лінійна. Найбільша похибка вимірювання показників зазвичай на початку технології ΔX_α , а найменша – в кінці процесу для концентрату ΔX_β . Припустимо також, що похибка визначення показників також відома (σ_α та σ_β). В результаті чого отримуємо рівняння прямої лінії:

$$\frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{\Delta X_\alpha - \Delta X_\beta} = \frac{\sigma - \sigma_\beta}{\Delta X - \Delta X_\beta},$$

де σ – точність технологічного процесу у вибраній точці ТЛЗ, причому:

$$\sigma_\beta < \sigma < \sigma_\alpha, \quad \text{та} \quad \Delta X_\alpha > \Delta X > \Delta X_\beta.$$

Рішення цього рівняння відносно ΔX , надає необхідну характеристику приладу вимірювання:

$$\Delta X = \Delta X_\beta + (\Delta X_\alpha - \Delta X_\beta) \cdot \frac{\sigma - \sigma_\beta}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}.$$

Таким чином можливо визначити необхідну точність вимірювання технологічних показників в будь-якій точці ТЛЗ.

Висновки. Проведені дослідження, що враховують вплив перехідних процесів у кожному окремому апараті шляхом формалізації їх передавальних функцій, дозволили на основі комплексного аналізу виконати розрахунок модулів частотних характеристик, визначити спектральну функцію сигналу та її дисперсію. Це дозволяє оцінити зміну якості кінцевого продукту на основі частотного представлення процесу та передбачити можливі відхилення від заданих параметрів. Також, розроблена методика визначення похибки технологічних показників та показаний шлях побудови математичної моделі технології збагачення корисних копалини, за допомогою якої можливо визначати очікувані значення технологічних показників: вихід і вміст цінних мінералів.

Перелік посилань

1. Младецький, І.К., Пілов, П.І., Левченко, К.А., & Куваєв, Я.Г. (2019). *Випробування і контроль процесів збагачення корисних копалин*. Журфонд.

2. Mladetskyi, I.K., Lysenko, A.O., & Pilov, P.I. (2013). Opredelenye trebuemoi tochnosti yzmereniya pokazatelei tekhnolohycheskykh protsessov na VDHPK. *Zbahachennia korysnykh kopalyn*, 54(95). 167–175.
3. Младецький, І.К., & Пілов, П.І. (2005). *Технологічні розрахунки показників збагачення корисних копалин*. НГУ.
4. Hapich, H., Pikarenia, D., Orlinska, O., Kovalenko, V., Rudakov, L., Chushkina, I., Maksymova, N., Makarova, T., & Katsevykh, V. (2022). Improving the system of technical diagnostics and environmentally safe operation of soil hydraulic structures on small rivers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2(10 (116), 18–29. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.255167>
5. Mladetskyi, I.K. (2013) Trebuemaia tochnost kontroliia parametrov tekhnolohyy obohashcheniia poleznykh yskopaemykh. *Zbahachennia korysnykh kopalyn*, 53(94). 200–205

ABSTRACT

Purpose. Development of a methodology for determining the required accuracy of measurement of technological separation parameters in mineral processing.

The methods. The method of generalization of scientific information; analytical, probabilistic and statistical methods of research; mathematical modeling of a fragment of the enrichment scheme were used in the work.

Findings. The technological line of enrichment converts the spectrum of the initial signal into the spectrum of the output signal, in accordance with its frequency response. Therefore, it is proposed: to determine the spectral function of the change in the quality indicator at the beginning of the beneficiation technology; to represent the separation characteristic of the line of beneficiation machines in accordance with the laws of their connection; to record the separation characteristic through transfer functions, which will allow obtaining the value of the frequency response and determining the process variance. If along the technological line of beneficiation the change in accuracy occurs according to a linear law, then an equation is proposed that will allow determining the required accuracy of measuring technological indicators of beneficiation.

The originality. The novelty of the study lies in the development of a generalized approach to determining the spectral characteristics of beneficiation processes, taking into account the influence of the transfer functions of individual devices of the technological line. The use of the spectral decomposition of frequency characteristics allows us to more accurately determine the main component of the signal. The dependence of the average quality indicator on the error of its determination is established, which directly affects the accuracy of the beneficiation process.

Practical implementation. The application of the results obtained can be useful for the development of new methods for optimizing beneficiation processes based on the analysis of spectral characteristics and their relationship with the parameters of technological equipment.

Keywords: technological enrichment line, separation characteristic, transfer functions, frequency response, process dispersion, error, measurement accuracy.