

© К.С. Заболотний¹, О.В. Анциферов¹, С.С. Гавриленко¹

¹Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІКИ ГРОХОТА З ПРОСТОРОВИМИ КОЛИВАННЯМИ РОБОЧОГО ОРГАНА

K. Zabolotnyi¹, <https://orcid.org/0000-0001-8431-0169>

O. Antsiferov¹, <https://orcid.org/0000-0002-0724-8792>

S. Havrylenko¹, <https://orcid.org/0000-0003-0432-9623>

¹Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

FEATURES OF THE DYNAMICS OF SCREENING WITH SPATIAL VIBRATIONS OF THE WORKING BODY

Мета. Підвищення ефективності класифікації дрібнодисперсних матеріалів у грохотах шляхом визначення раціональних динамічних параметрів конструкцій із просторовими коливаннями робочого органа.

Методика. Розроблено динамічну модель грохота на основі рівнянь Лагранжа II роду з урахуванням масових, інерційних та пружно-демпфувальних характеристик. Амплітудно-частотні характеристики визначено методом невизначених коефіцієнтів, непружні опори враховано за принципом Вольтерра. Виконано параметричний аналіз впливу геометрії грохота та положення віброзбудника за допомогою математичного моделювання й аналітичних залежностей. Адекватність моделі перевірено шляхом порівняння з відомими експериментальними даними.

Результати. Вперше обґрунтовано вплив взаємного розташування приводу та розмірів грохота на співвідношення лінійних і кутових переміщень у системах із просторовими коливаннями. Це дозволяє цілеспрямовано формувати траєкторії руху матеріалу та оптимізувати швидкість його переміщення. Показано, що правильне налаштування параметрів знижує ризик локальних перевантажень, забезпечує рівномірне завантаження просіювальної поверхні й підвищує стабільність роботи обладнання.

Наукова новизна. Встановлено залежності амплітуд коливань від місця встановлення приводу й геометричних параметрів. Визначено закономірності зміни коефіцієнта вібропереміщення по ширині просіювальної поверхні. Запропонований підхід дозволяє прогнозувати поведінку робочого органа за змінних навантажень і формувати рекомендації для підвищення ефективності процесів сепарації.

Практична значимість. Розроблені рекомендації можуть бути використані при проектуванні грохотів для гірничо-збагачувальної промисловості. Їх застосування сприятиме підвищенню продуктивності та селективності, зменшенню енергоємності процесів, зниженню витрат на обслуговування та підвищенню надійності обладнання. Отримані висновки є корисними також для інших галузей, де використовуються вібраційні технології, зокрема у переробці сипких будівельних матеріалів та харчовій промисловості.

Ключові слова: грохот, просторові коливання, амплітудно-частотна характеристика, коефіцієнт вібропереміщення, динамічна модель.

Вступ. З розвитком сучасних технологій у гірничо-збагачувальній промисловості значно зросли обсяги переробки дрібнодисперсних матеріалів, що потребує

вдосконалення або створення нових класифікаційних апаратів, зокрема грохотів з підвищеною ефективністю розділення. Традиційні грохоти не завжди здатні забезпечити необхідний рівень продуктивності та селективності класифікації при роботі з матеріалами у «товстому» шарі, де проявляється висока поверхнева активність частинок та обмежена сегрегація у стандартних коливальних режимах.

Сучасні дослідження динаміки грохотів та інших вібраційних систем демонструють активний розвиток як у галузі математичного моделювання, так і в аспекті прикладної оптимізації конструкцій.

Аналіз сучасних наукових робіт, присвячених динаміці, моделюванню та оптимізації вібраційних грохотів, демонструє широкий спектр підходів, що охоплюють як класичні аналітичні методи, так і новітні цифрові технології. Значна частина досліджень ґрунтується на побудові математичних моделей з використанням рівнянь Лагранжа другого роду [1], які забезпечують точне відтворення амплітудно-частотних характеристик і виявлення резонансних режимів, а також на застосуванні експериментальних вимірювань вібраційних параметрів [2], що дає змогу визначити зони інтенсивного зносу.

Окремий напрям становлять роботи, присвячені аналізу систем із двома самосинхронізованими масами [3] та оптимізації параметрів вібрації методами скінченних елементів (FEM) [4, 5]. У низці досліджень розглядається нелінійна динаміка грохотів під дією гармонічних збурень [6], створення гібридних методик проєктування, що поєднують аналітичні розрахунки та FEM-аналіз [7], а також впровадження «розумних» сенсорних систем на базі MEMS-технологій та алгоритмів машинного навчання [8].

Важливим є дослідження впливу робочого навантаження на резонансні характеристики конструкцій [9], застосування активного демпфування з п'єзоелементами для зниження енергоспоживання [10], а також глибокий теоретичний аналіз процесів самосинхронізації [11]. Значний пласт робіт зосереджений на числовому моделюванні у середовищах Ansys та SolidWorks [12–16], вивченні перехідних процесів у системах із самосинхронізованими вібраторами [13, 17], спектральному аналізі вібрацій за допомогою LabVIEW [14], порівнянні методів Лагранжа і FEM [15] та оцінці впливу локальної жорсткості елементів на динамічну поведінку конструкцій [18].

Також актуальними є дослідження систем адаптивного керування амплітудою коливань [19] і цифрової обробки сигналів вібрацій у MATLAB та Python [20], які забезпечують попередню діагностику та оптимізацію режимів роботи обладнання. Узагальнення цих робіт свідчить про тенденцію інтеграції експериментальних та числових методів, а також активне впровадження інтелектуальних технологій моніторингу.

Останні роки відзначаються активним розвитком методів математичного моделювання та експериментальних підходів до дослідження динаміки грохотів.

Особливе значення для цієї роботи мають дослідження професора Франчука В.П., Шкут А.П. [21–23], присвячені моделюванню динаміки грохотів з двома мотор-вібраторами у SolidWorks Motion і створенню випробувального стенду для дослідження їх роботи. Ці праці підтверджують ефективність поєднання

аналітичних методів і 3D-CAE моделювання для визначення оптимальних параметрів коливальних систем.

Основна частина. Мета дослідження – підвищення ефективності класифікації дрібнодисперсних матеріалів шляхом вибору раціональних динамічних параметрів грохота з просторовими коливаннями робочого органу.

Наукове завдання полягає у визначенні залежностей між геометричними параметрами грохота, місцем встановлення віброзбудника та кінематичними характеристиками руху матеріалу по робочій поверхні.

Останнім часом із розробкою нових технологій збільшився обсяг переробки дрібнодисперсних матеріалів. Це призвело до того, що наявні грохоти не можуть забезпечити необхідну ефективність розділення. Тому вдосконалення наявних і розробка нових типів класифікувальних апаратів стосовно вимог нових технологій є завданням важливим і актуальним.

Відмінною особливістю класифікації дрібнодисперсних матеріалів від звичайної класифікації за крупністю 5 і більше міліметрів є те, що тут матеріал рухається в "товстому" шарі. За звичайних режимів руху робочої поверхні грохотів сегрегація відбутися не встигає через велику поверхневу активність частинок. У цьому плані кращими якостями володіють грохоти з просторовими коливаннями, рух матеріалу по робочій поверхні яких відбувається як уздовж, так і впоперек робочої поверхні, що сприяє їхньому перемішуванню та проникненню тонких часток у підгратний простір.

Найпростіша конструкція такого грохота складається (рис. 1) з короба 1 з просіювальною поверхнею 2, завантажувально-розподільного пристрою 3, розвантажувальних патрубків 4. Короб грохота встановлений на основі за допомогою еластичних амортизаторів 5. Відмінною особливістю грохота є те, що вісь одного інерційного віброзбудника 6 розташована у вертикальній площині під кутом до робочої поверхні. Проекція вектора збурювальної сили приводу на вертикальну площину проходить через центр ваги грохота. Це виключає його га-

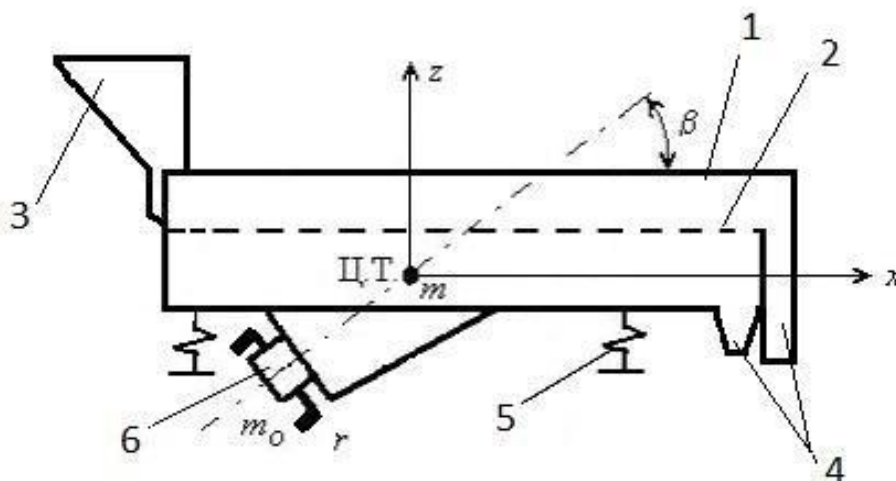


Рис. 1. Конструкційна схема грохота

Таким чином, під дією вимушувальної сили приводу, короб грохота буде здійснювати зворотно-поступальні коливання у вертикальній площині під кутом до робочої поверхні та поворотні коливання навколо поздовжньої і вертикальної осей. Параметри цих коливань залежать від маси і моментів інерції короба грохота, жорсткості і розташування пружних елементів, величини збурювальної сили і місця розташування приводу.

Залежність динамічних характеристик грохота і параметрів руху матеріалу по робочій поверхні від розмірів просіювальної поверхні та місця встановлення приводу будемо робити виходячи з таких передумов.

Маса короба грохота пропорційна його довжині і ширині, момент інерції грохота, що враховує кінцеві елементи (завантажувальний і розвантажувальний пристрої), навколо вертикальної осі пропорційні квадрату довжини короба, навколо поздовжньої осі – квадрату його ширини. Приєднання приводу призводить до зміщення центру тяжіння грохота загалом на величину, пропорційну масі приводу і відстані від його центру до центру мас короба. Під час зміщення приводу виконується умова, що проекція вектора збурювальної сили на вертикальну площину проходить через центр ваги короба.

Динамічна розрахункова схема такого грохота представлена на рис. 2.

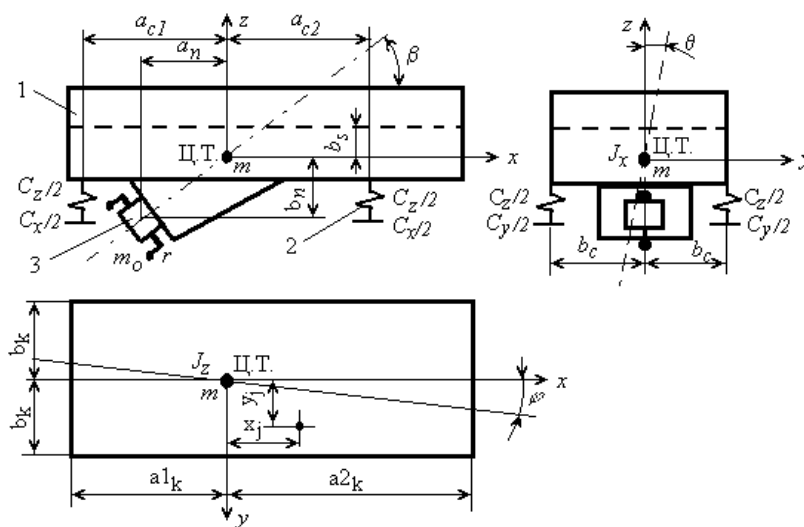


Рис. 2. Динамічна розрахункова схема грохота ГВП

Для складання рівнянь руху грохота скористаємося рівняннями Лагранжа II роду. За узагальнені координати приймаємо переміщення в напрямку дії проєкції вектора сили, що обурює, на вертикальну площину, у поперечному напрямку (за віссю y) і поворотні коливання навколо осей x і z .

Складаючи залежності для кінетичної та потенційної енергії, використовуючи рівняння Лагранжа II роду, отримаємо систему рівнянь, що описують рух грохота у вигляді

$$\begin{aligned}
 (m + m_0) \cdot x + (C_{x1} + C_{x2}) \cdot x &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot \cos \beta \\
 (m + m_0) \cdot z + (C_{z1} + C_{z2}) \cdot z + (C_{z1} \cdot b_c - C_{z2} \cdot b_c) \cdot \theta \\
 &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta \\
 (4 \cdot m_0 + m) \cdot y - 2 \cdot m_0 \cdot \varphi \cdot a_n - 2 \cdot m_0 \cdot \theta \cdot b_n + (C_{x1} + C_{x2}) \cdot y \\
 + (C_{x2} \cdot a_{c2} - C_{x1} \cdot a_{c1}) \cdot \varphi &= - (4 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2) \\
 (C_{z1} \cdot b_c - C_{z2} \cdot b_c) \cdot z + (C_{z2} \cdot b_c^2 + C_{z1} \cdot b_c^2) \cdot \theta \\
 + (I_x + 2 \cdot m_0 \cdot b_n^2 + 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 \cdot \cos \beta^2) \cdot \theta - \\
 - 2 \cdot m_0 \cdot y \cdot b_n &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot b_n \\
 (C_{x2} \cdot a_{c2} - C_{x1} \cdot a_{c1}) \cdot y + (C_{x1} \cdot a_{c1}^2 + C_{x2} \cdot a_{c2}^2) \cdot \varphi + \\
 + (I_z + 2 \cdot m_0 \cdot a_n^2 + 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 - 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 \cdot \cos \beta^2) \cdot \varphi - 2 \cdot m_0 \cdot y \cdot a_n \\
 &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot a_n
 \end{aligned} \tag{1}$$

де m – маса рухомих частин грохота; m_0 – маса дебалансних мас приводу; r – ексцентриситет центру тяжіння дебалансних мас приводу; J_x, J_z – моменти інерції грохота навколо осей x, z відносно центру тяжіння грохота; C_x, C_y – жорсткості пружних зв'язків у напрямі осей x, y і z ; β – кут нахилу; ϕ – кут повороту навколо осі x ; θ – кут повороту навколо осі z ; b_n – відстань від центру тяжіння короба до осі дебалансного вала за віссю x ; a_n – відстань від центру тяжіння короба до осі дебалансного вала за віссю z ; a_0 – відстань від центру дебалансів до центру тяжіння приводу; $a_{(c)(1)}, a_{(c)(2)}$ – відстань від пружних елементів до центру тяжіння короба за довжиною грохота; b_c – відстань від пружних елементів до центру тяжіння короба за шириною грохота.

З огляду на те, що зазвичай приймають $C_{z1} = C_{z2}$, $C_{x1} \cdot a_{c1} = C_{x2} \cdot a_{c2}$, то рівняння (1) можна привести до вигляду

$$\begin{aligned}
 (m + m_0) \cdot x + (C_{x1} + C_{x2}) \cdot x &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot \cos \beta \\
 (m + m_0) \cdot z + (C_{z1} + C_{z2}) \cdot z &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta \\
 (4 \cdot m_0 + m) \cdot y - 2 \cdot m_0 \cdot \varphi \cdot a_n - 2 \cdot m_0 \cdot \theta \cdot b_n + (C_{x1} + C_{x2}) \cdot y \\
 &= - (4 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2) \\
 (C_{z2} \cdot b_c^2 + C_{z1} \cdot b_c^2) \cdot \theta + (I_x + 2 \cdot m_0 \cdot b_n^2 + 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 \cdot \cos \beta^2) \cdot \theta - 2 \cdot m_0 \cdot y \cdot b_n &= \\
 &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot b_n \\
 (C_{x1} \cdot a_{c1}^2 + C_{x2} \cdot a_{c2}^2) \cdot \varphi + (I_z + 2 \cdot m_0 \cdot a_n^2 + 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 - 2 \cdot m_0 \cdot a_0^2 \cdot \cos \beta^2) \cdot \varphi - \\
 - 2 \cdot m_0 \cdot y \cdot a_n &= 2 \cdot m_0 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \omega^2 \cdot a_n
 \end{aligned} \tag{2}$$

Слід зазначити, що рівняння (2) описують рух системи без урахування непружних опорів. Непружні опори під час деформації пружних елементів враховуватимемо, згідно з принципом Вольтерри, після виконання розв'язку в суто пружній постановці, використовуючи поняття комплексного модуля пружності, введене Є.В. Сорокіним.

Використовуючи метод невизначених коефіцієнтів, і приймаючи рішення у вигляді

$$\begin{aligned}x &= A_x \cdot \sin \omega \cdot t; & z &= A_z \cdot \sin \omega \cdot t \\y &= A_y \cdot \cos \omega \cdot t; & \varphi &= A_\varphi \cdot \cos \omega \cdot t \\ \theta &= A_\theta \cdot \cos \omega \cdot t;\end{aligned}$$

після підстановки його в рівняння (2), прирівнюючи коефіцієнти при однакових гармоніках коливань, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь для визначення $A_x, A_y, A_z, A_\varphi, A_\theta$.

За відсутності галопування рух по осі x і z взаємопов'язані. Рівняння, що описують їхній рух, не залежать від інших. Беручи сумарний рух за напрямком проекції вектора збурювальної сили на вертикальну площину в осі x рівним $\overline{x^2 + y^2} = A \cdot \sin \omega \cdot t$ отримаємо залежності для визначення амплітуд лінійних і поворотних коливань короба грохота

$$A = \frac{m_0 \cdot r \cdot \omega^2}{(cz \cdot \sin \beta + cx \cdot \cos \beta) - M \cdot \omega^2}; \quad A_y = \frac{chY}{Zn}; \quad A_\varphi = \frac{ch\Phi}{Zn}; \quad \Theta = \frac{ch\Theta}{Zn} \quad (3)$$

де

$$\begin{aligned}Zn &= (cy - M \cdot \omega^2) \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) \cdot (cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) \\&\quad - (an \cdot bn \cdot m_0 \cdot \omega^2)^2 \cdot (cy - M \cdot \omega^2) - \\&\quad - (an \cdot m_0 \cdot \omega^2) \cdot (cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) - (bn \cdot m_0 \cdot \omega^2) \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) + 2 \\&\quad \cdot (an \cdot bn)^2 \cdot m_0^3 \cdot \omega^6 \\chY &= m_0 \cdot r \cdot \omega^2 \cdot [(cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) + an^2 \cdot m_0 \cdot \omega^2 \\&\quad \cdot (cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) + \\&\quad + bn^2 \cdot m_0 \cdot \omega^2 \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) - 3 \cdot (m_0 \cdot an \cdot bn \cdot \omega^2)^2] \\&\hspace{15em} (4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ch\Phi &= an \cdot m_0 \cdot r \cdot \omega^2 \cdot [-(cy - M \cdot \omega^2) \cdot (cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) + bn^2 \cdot m_0 \cdot \omega^2 \\&\quad \cdot (cy - M \cdot \omega^2) - \\&\quad - m_0 \cdot \omega^2 \cdot (cz \cdot bc^2 - Jx \cdot \omega^2) + (bn \cdot m_0 \cdot \omega^2)^2] \\ch\Theta &= bn \cdot m_0 \cdot r \cdot \omega^2 \cdot [-(cy - M \cdot \omega^2) \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) + an^2 \cdot m_0 \cdot \omega^2 \\&\quad \cdot (cy - M \cdot \omega^2) - \\&\quad - m_0 \cdot \omega^2 \cdot (0,5 \cdot cy \cdot aa_2 - Jz \cdot \omega^2) + (an \cdot m_0 \cdot \omega^2)^2]\end{aligned}$$

Непружні опори в матеріалі пружних зв'язків будемо враховувати шляхом заміни коефіцієнта жорсткості пружних елементів залежністю

$$c=c(1+i\psi) \quad (5)$$

з подальшим визначенням амплітуд коливань як модуля комплексного числа, а фази коливань – як його аргументу.

На рис. 3 наведено амплітудно-частотні характеристики грохота в режимі, близькому до резонансу (рис. 3,а), і в діапазоні робочих частот коливань грохота (рис. 3,б) з урахуванням залежності (5)

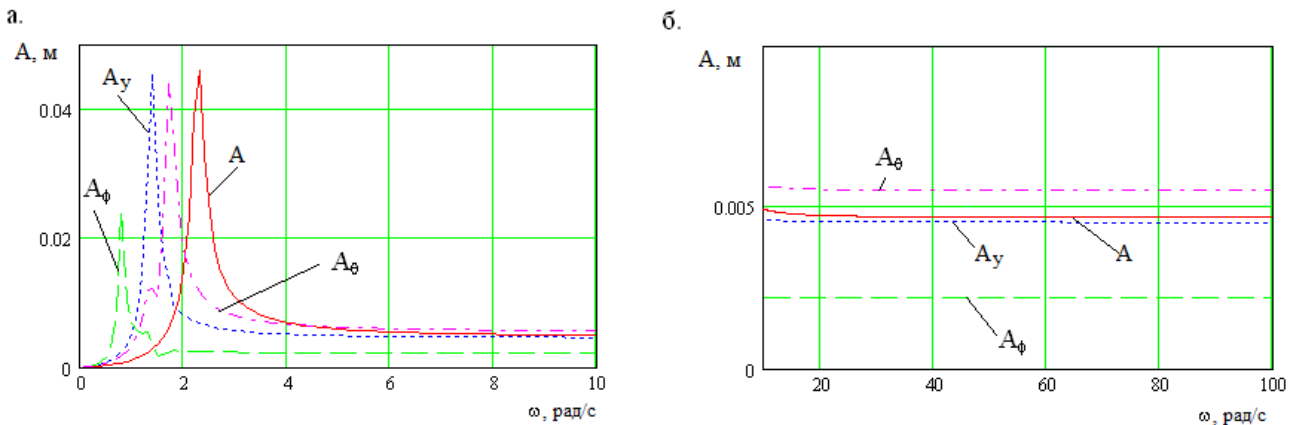


Рис. 3. Амплітудно-частотні характеристики грохота

а– амплітудно-частотна характеристика в режимі близькому до резонансного;

б– амплітудно-частотна характеристика в діапазоні робочих частот

Як видно з рис. 3, у робочому діапазоні частот коливань ($\omega=80\dots100$ рад/с) амплітуди зворотно-поступальних і поворотних коливань доволі стабільні. Під час аналізу впливу геометричних (і, відповідно, інерційних і пружних) характеристик грохота нас цікавить насамперед залежність від них коефіцієнта вібропереміщення, який визначається як відношення амплітуди прискорення в напрямку, нормальному до робочої поверхні грохота до нормальної складової прискорення сили тяжіння. У нашому випадку вираз для коефіцієнта вібропереміщення матиме вигляд

$$\Gamma_j = \frac{\sqrt{(A \cdot \sin \beta)^2 - (A_\theta \cdot y_j)^2 \cdot \text{sign}(y_j) \cdot \omega^2}}{g \cdot \cos \alpha} \quad (6)$$

де A і A_θ – амплітуди зворотно-поступальних і поворотних коливань робочої поверхні, м; g – прискорення сили тяжіння; α – кут нахилу просівної поверхні до горизонту, град; y_j – координата положення частки по ширині грохота.

На рис. 4 представлено залежність коефіцієнта вібропереміщення по ширині грохота залежно від місця розташування приводу (рис. 4, а) і від довжини грохота (рис. 4, б).

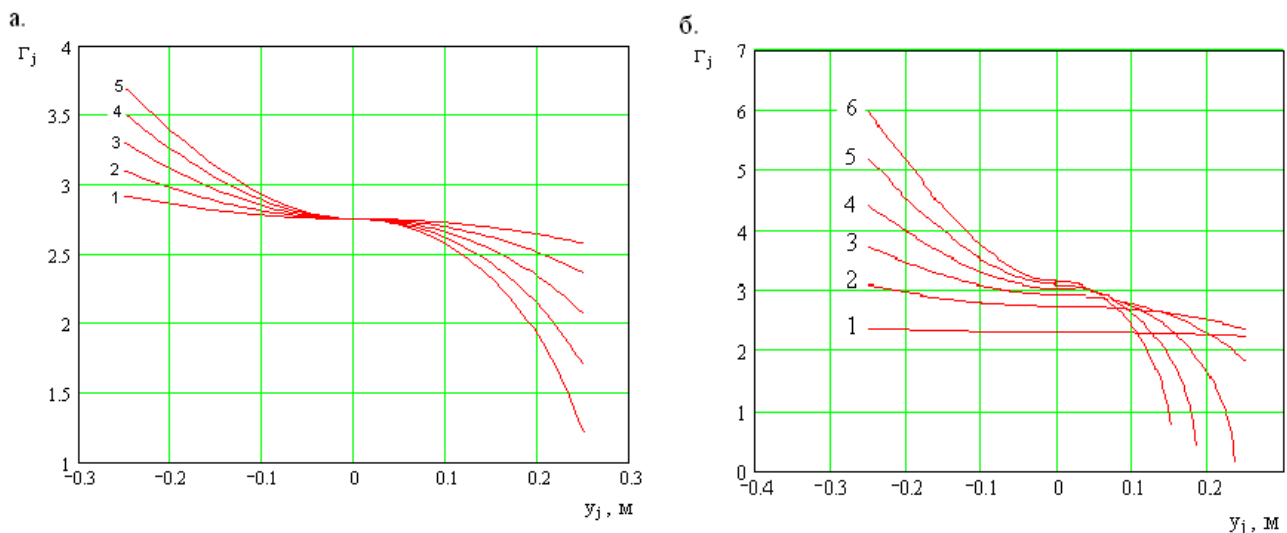


Рис. 4. Залежність коефіцієнта вібропереміщення за шириною грохота
 а – залежність коефіцієнта вібропереміщення по ширині грохота від місця розташування приводу: 1 – $a_n = 0,2$ м; 2 – $a_n = 0,3$ м; 3 – $a_n = 0,4$ м; 4 – відстань $a_n = 0,5$ м; 5 – $a_n = 0,6$ м; б – залежність коефіцієнта вібропереміщення по ширині грохота від довжини грохота: 1 – $L = 0,5$ м; 2 – $L = 1$ м; 3 – $L = 1,5$ м; 4 – $L = 2$ м; 5 – $L = 2,5$ м; 6 – $L = 3$ м

Як видно з графіка (див. рис. 4, а), збільшення віддаленості розташування приводу від центру тяжіння короба призводить до збільшення відмінності у величині Γ залежно від положення точки по ширині короба. Зміна параметрів Γ тягне за собою зміну швидкості переміщення матеріалу як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках. Природно, швидкості переміщення визначаються також і амплітудними значеннями переміщень у цих напрямках. У цій статті ці залежності не наведено. Із графіка на рис. 4, б видно, що за довжини грохота понад 2 м (криві 4, 5, 6) коефіцієнт вібропереміщення $\Gamma < 1$. Це свідчить про те, що за таких параметрів грохота матеріал переміщуватиметься без відриву від робочої поверхні, що зменшить процес сегрегації і, відповідно, класифікацію. Подальший аналіз показує, що зміною місця розташування приводу та розмірів грохота можна змінювати не тільки швидкісні характеристики переміщення матеріалу, а й напрямок руху.

Висновки

1. Зміною геометричних характеристик грохота та положення віброзбудника забезпечується регулювання співвідношення лінійних і кутових переміщень, що призводить до зміни коефіцієнта вібропереміщення по ширині робочої поверхні і, відповідно, до корекції руху матеріалу як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках.

2. Оптимальний підбір параметрів дозволяє досягти більш рівномірного переміщення матеріалу, зменшити ефект сегрегації та підвищити ефективність класифікації дрібнодисперсних матеріалів.

3. Рекомендується під час проєктування грохотів із просторовими коливаннями використовувати амплітудно-частотні характеристики для вибору робочого діапазону коливань, що забезпечує стабільність переміщення матеріалу.

4. Оптимізувати місце розташування вібробудника з урахуванням його впливу на коефіцієнт вібропереміщення по ширині грохота, з метою уникнення нерівномірного руху часток.

5. При виборі розмірів грохота враховувати, що при довжині понад 2 м коефіцієнт вібропереміщення зменшується нижче 1, що може знижувати ефективність процесу класифікації.

6. Передбачати можливість регулювання геометричних параметрів і положення приводу для адаптації грохота до різних технологічних завдань і видів матеріалу.

Перелік посилань

1. Wang, X., Zhang, Y., Liu, H., & Chen, J. (2021). Dynamic modeling of vibrating screens based on Lagrange method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 154, 107544. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.107544>
2. Zhang, Q., & Zhou, Y. (2023). Vibration testing in mining screen dynamics. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 11(2), 301–312. <https://doi.org/10.1007/s42417-022-00456-z>
3. Lee, J., & Liu, Y. (2021). Frequency response of self-synchronizing dual-mass screens. *Applied Acoustics*, 179, 107895. <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2021.107895>
4. Han, J., Li, S., Zhang, W., & Zhao, T. (2022). Optimization of vibration parameters in screening systems. *International Journal of Mining Science and Technology*, 32(1), 15–24. <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2021.10.006>
5. Falahati, A., & Mohammadi, M. (2024). Modal analysis of industrial vibrating systems. *Journal of Applied Mechanics*, 91(3), 311–320. <https://doi.org/10.1115/1.4055643>
6. Noor, S., & Tang, L. (2021). Nonlinear dynamics of forced vibrating screens. *Nonlinear Dynamics*, 103(3), 2313–2329. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-06130-6>
7. Ding, H., & Wu, Z. (2022). A hybrid analytical-FEM method for vibratory screen design. *Engineering Structures*, 243, 112677. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112677>
8. Patel, K., & Kundu, A. (2023). Smart sensors in vibration diagnosis. *Sensors*, 23(8), 4045. <https://doi.org/10.3390/s23084045>
9. Li, Y., & Qiu, Y. (2022). Resonant vibration characteristics of screening decks. *Powder Technology*, 404, 117429. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2022.117429>
10. Kim, M., & Oh, K. (2023). Energy-efficient design of vibratory equipment using active damping. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 237(5), 842–853. <https://doi.org/10.1177/09544062221141936>
11. Бондаренко, В. М. (2021). Системи самосинхронізації вібраційних машин. *Вісник Дніпровського національного університету*, 71, 56–64.
12. Пугачов, С. О. (2022). Числове моделювання динаміки грохота з ексцентриковими приводами. *Гірничу електромеханіку*, 68, 112–120.
13. Калініченко, П. Ф. (2023). Дослідження перехідних процесів у грохотах із самосинхронізованими вібраторами. *Вібрації в техніці та технологіях*, 1, 41–50.
14. Журавель, І. Й. (2024). Аналіз вібраційних спектрів вібромашин на базі LabVIEW. *Машинобудування і техніка*, 3, 73–81.
15. Остроградський, Д. А. (2023). Порівняння ефективності методів Лагранжа і FEM у моделюванні вібраційних систем. *Вісник КНУБА*, 90, 44–52.
16. Соловйов, І. П. (2021). Параметрична оптимізація грохота методом кінцевих елементів. *Наукові праці ДНУ*, 64, 33–39.
17. Туренко, В. І. (2024). Синхронізація вібраторів у перехідних процесах. *Східноєвропейський журнал технічних наук*, 7, 98–104.
18. Кучеренко, В. О. (2023). Вплив жорсткості елементів грохота на амплітудні характеристики. *Гірничий журнал*, 6, 91–97.

19. Кошовий, М. Г. (2022). Контроль амплітуди коливань у грохотах з адаптивним управлінням. *Вісник механіки*, 4, 121–128.
20. Романчук, Л. П. (2023). Цифрова обробка сигналів вібрацій на основі Matlab і Python. *Збірник НТУУ «КПІ»*, 89, 66–72.
21. Shkut, A. P. (2023). A methodological approach to assessing the durability of welded structures of screens using SolidWorks Simulation software. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 6, 79–85.
22. Shkut, A. P. (2024). Methodology for service life evaluation of screens welded structures. *Journal of Engineering Sciences (Ukraine)*, 11(1), D10–D18.
23. Franchuk, V., Antsiferov, O., & Shkut, A. (2023). Dynamics of a vibrating screen with two motor-vibrators. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1348, 012063. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012063>

ABSTRACT

Purpose. To improve the efficiency of fine particle classification in vibrating screens by determining the rational dynamic parameters of designs with spatial oscillations of the working body.

Methods. A dynamic model of the vibrating screen was developed on the basis of the Lagrange equations of the second kind, taking into account mass, inertial, and elastic-damping characteristics. The amplitude–frequency characteristics were determined by the method of undetermined coefficients, while non-elastic resistances were considered according to Volterra’s principle. A parametric analysis of the influence of the screen geometry and exciter position was carried out using mathematical modelling and analytical relationships. The adequacy of the model was verified by comparison with known experimental data.

Findings. For the first time, the influence of the mutual arrangement of the drive and the dimensions of the screen on the ratio of linear and angular displacements in systems with spatial oscillations has been substantiated. This makes it possible to purposefully form particle motion trajectories and optimise their transport velocity. It was shown that correct adjustment of the parameters reduces the risk of local overloads, ensures uniform loading of the screening surface, and increases the operational stability of the equipment.

Originality. Dependencies of vibration amplitudes on the drive installation location and geometric parameters have been obtained. Regularities in the variation of the vibration displacement coefficient across the width of the screening surface have been determined. The proposed approach makes it possible to predict the behaviour of the working body under variable loading conditions and to formulate recommendations aimed at improving the efficiency of separation processes.

Practical value. The developed recommendations can be used in the design of vibrating screens for the mining and mineral processing industry. Their application will contribute to increased productivity and selectivity, reduced energy consumption of processes, lower maintenance costs, and enhanced equipment reliability. The obtained conclusions are also useful for other industries where vibration technologies are applied, in particular for the processing of bulk construction materials and in the food industry.

Keywords: vibrating screen, spatial oscillations, amplitude–frequency characteristic, vibration displacement coefficient, dynamic model.

дата першого надходження статті до видання	01.07.2025
дата прийняття до друку статті після рецензування	02.08.2025
дата публікації (оприлюднення)	03.09.2025