

© Д.Л. Колосов<sup>1</sup>, П.В. Черниш<sup>1</sup><sup>1</sup>Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

## НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ВІДНОВЛЕНОГО ГУМОТРОСОВОГО ТЯГОВОГО ОРГАНА ЗІ ЗМІННИМИ МЕХАНІЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ ГУМИ ТА РОЗРИВОМ ТРОСА

D. Kolosov<sup>1</sup>, <https://orcid.org/0000-0003-0585-5908>P. Chernysh<sup>1</sup> <https://orcid.org/0009-0003-0621-7091><sup>1</sup>Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

### STRESS-STRAIN STATE OF RESTORED RUBBER-CABLE TRACTIVE ELEMENT WITH VARIABLE MECHANICAL PROPERTIES OF RUBBER AND CABLE BREAKAGE

**Мета.** Встановлення напружено-деформованого стану відновленого гумотросового тягового органа (каната, стрічки) за дискретної зміни модуля зсуву матеріалу (гуми), що з'єднує елементи армування (троси).

**Методика дослідження** полягає в аналітичному розв'язанні моделі гумотросового тягового органа з урахуванням розриву суцільності троса та зміни механічних властивостей гумової оболонки.

**Результати дослідження.** Розроблена та аналітичним шляхом розв'язана математична модель гумотросового тягового органа з порушеною структурою з урахуванням дискретно зміненої по його довжині жорсткості гуми на зсув та розривом суцільності елемента армування. Встановлено, що закономірності розподілу сил, переміщень, кутів зсуву гуми у випадках прийняття лінійного закону деформування гуми та у випадку прийняття припущення про відмінне значення модуля зсуву на незначній частині каната, якісно збігаються. Кількісно відрізняються максимальні кути зсуву. В розглянутому випадку у разі припущення, що механічні властивості гуми незмінні на відрізку заданої довжини, який включає переріз лише навколо троса з розривом, тангенси кутів зсуву, визначені з урахуванням локального зменшення модуля зсуву гуми вчетверо, зростають до 15% відносно таких параметрів, визначених за умови лінійного деформування гуми.

**Наукова новизна.** Встановлено вплив дискретної зміни модуля зсуву гуми на напружено-деформований стан гумотросового тягового органа з розривом суцільності елемента армування. Уточнено механізм зміни напруженого стану гумотросового каната внаслідок нелінійного закону деформування міжтросових еластичних прошарків.

**Практичне значення.** Сформульовано алгоритм визначення напруженого стану гумотросового тягового органа з порушеною структурою з урахуванням відомого закону зміни механічних властивостей гуми в процесі його використання. Врахування нелінійності деформування гумової оболонки надає можливість прогнозування напруженого стану гумотросового тягового органа з розірваним елементом армування для підвищення безпеки та надійності його використання.

**Ключові слова:** підйомно-транспортна машина, гумотросовий тяговий орган, відновлений канат, гумова оболонка, механічні властивості, експлуатаційні зміни, розрив суцільності, шарувата композитна конструкція, математична модель, напружено-деформований стан, аналітичне розв'язання.

**Вступ.** Гумотросові канати та стрічки, що застосовуються у підйомно-транспортних машинах, характеризуються великою довжиною та тривалим терміном експлуатації. Їхня конструкція являє собою систему паралельно розташованих тросів, укладених в одній площині в еластомерну (гумову) матрицю. У процесі роботи механічні характеристики окремих складових каната поступово змінюються, а в матеріалі накопичуються пошкодження. З метою часткового відновлення тягової здатності канатів або стрічок із пошкодженими тросами застосовують реноваційні заходи.

У стикових з'єднаннях троси стрічок і канатів, як правило, не мають безпосереднього механічного з'єднання між собою. Передавання навантаження від одного троса до іншого відбувається завдяки гумовим прошаркам, розміщеним між ними. Спільною ознакою стикових з'єднань, ділянок після часткового відновлення тягової здатності, а також зон із розірваними тросами є порушення неперервності тросової основи. У таких місцях виникають підвищені деформації зсуву в гумових прошарках між тросами та формується нерівномірний розподіл зусиль між елементами армування.

Іншою особливістю впливу часу експлуатації на напружено-деформований стан каната або стрічки є локальне зниження модуля зсуву еластичного матеріалу на ділянках із підвищеними напруженнями. Канати та стрічки працюють в умовах циклічних навантажень, кожне з яких спричиняє накопичення залишкових деформацій. До моменту руйнування троса гумова оболонка між тросами, через значно меншу жорсткість на розтяг, ніж троси, фактично не навантажена, і залишкові деформації зсуву в ній не формуються. Після розриву троса відбувається зміна напружено-деформованого стану каната (стрічки), що викликає зсув у матеріалі еластичної оболонки між окремими тросами та накопичення залишкових деформацій. Зростання загальних деформацій у гумі після пошкодження троса призводить і до збільшення залишкових деформацій за абсолютною величиною. Розглянемо локальний вплив зміни властивостей еластичного матеріалу, який взаємодіє з ушкодженим тросом.

**Стан питання та постановка задачі дослідження.** У роботах [1, 2] розглянуто підходи до визначення окремих характеристик композитних матеріалів, армованих системою паралельних елементів. Вплив розривів тросів на експлуатаційні властивості гумотросових канатів досліджувався у роботах [3–5]. Подібні задачі для канатів зі змінним уздовж довжини поперечним перерізом аналізувалися в роботі [6]. Напружений стан і надійність з'єднань були предметом досліджень у роботах [7, 8].

Гума в конструкції каната виконує функцію зв'язувального середовища, забезпечуючи сумісну роботу тросів та передавання сил між ними. Водночас її механічні властивості з часом змінюються: знижуються міцність і витривалість, причому такі процеси можуть відбуватися навіть під час зберігання [9, 10]. Експериментальні результати [11] свідчать про лінійне збільшення модуля пружності гуми з плином часу та одночасне зменшення її границі міцності.

Отже, урахування впливу зміни механічних характеристик гуми на напружено-деформований стан гумотросового каната з локальними порушеннями

тросової основи є актуальною науково-технічною задачею. Її вирішення має практичне значення для підвищення безпеки, надійності та ефективності експлуатації підйомно-транспортних машин із гумотросовими тяговими органами, що перебувають у тривалому використанні.

**Основний зміст роботи.** Розглянемо рішення задачі у разі припущення, що механічні властивості гуми незмінні на відрізку заданої довжини, який включає переріз лише навколо троса з розривом.

Розглянемо частину каната, навантаженого розподіленою поміж тросами силою  $P$ , з довільною кількістю тросів  $M$ , з довільним тросом за номером  $J$ , що має розрив неперервності в перерізі  $x = L$ . В перерізі  $x = 0$  переміщення усіх тросів відсутні. Вказана схема відповідає деформуванню  $J$ -того троса з розривами неперервності на відстані у  $2L$ . Матеріал еластичної оболонки, що взаємодіє з вказаним тросом на ділянках відомої довжини, має відмінний модуль зсуву (рис. 1).

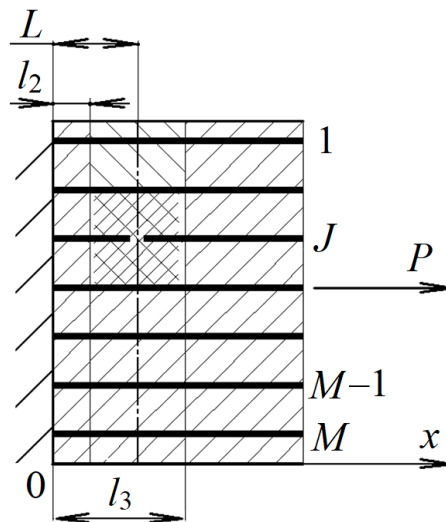


Рис. 1. Схема частин каната з частково заміненим тросом

Частина каната з відмінними властивостями та розривом троса розташована поміж частинами, в яких відсутні розриви тросів та відмінні властивості. Умовно, перерізами нормальними до його подовжньої осі, поділимо канат на чотири частини. Позначимо їх як першу ( $0 \leq x \leq l_2$ ), другу ( $l_2 < x \leq L$ ), третю ( $L < x \leq l_3$ ) та четверту ( $x > l_3$ ). Для кожної з частин механізми деформування тросів та еластичної оболонки однакові. Відмінні механічні властивості складових каната. Внутрішні сили та переміщення перерізів тросів визначаються з урахуванням механічних параметрів каната на кожній з його частин [5]

$$p_i = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} - B_m e^{-\beta_m x} \right) \beta_m \cos(\mu_m (i - 0,5)) + P, \quad (1)$$

$$u_i = \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} + B_m e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i - 0,5)) + \alpha + \frac{P x}{E F} \quad (2)$$

де  $M$  – кількість тросів в канаті;  $i$  – номер троса ( $1 \leq i \leq M$ );  $A_m, B_m$  – сталі інтегрування;  $E, F$  – відповідно, приведений модуль пружності на розтяг та площа поперечного перерізу троса каната;  $x$  – вісь координат, спрямована вздовж каната;  $P$  – середнє навантаження тросів каната;  $\beta_m = \sqrt{2 \frac{G b k_G}{(h-d) E F} [1 - \cos(\mu_m)]}$ ;

$$\beta_m = \sqrt{2 \frac{G b k_G}{(h-d) E F} [1 - \cos(\mu_m)]};$$

$\mu_m = \frac{\pi m}{M}$ ;  $h$  – відстань поміж тросами;  $b$  – товщина каната;  $d$  – діаметр троса;

$G$  – модуль зсуву еластичного (гумового) прошарку, що з'єднує троси;  $k_G$  – коефіцієнт впливу форми гуми, розташованої поміж тросами на жорсткість зсуву;  $\alpha$  – переміщення каната як жорсткого тіла.

Під дією сили  $P$  частина каната (див. рис. 1) деформується. Розходяться кінці  $J$ -того троса в перерізі розриву його суцільності. Викривляються перерізи каната. Викривлення перерізів відбувається внаслідок деформацій (зсуву) гуми. Відзначимо, що перерізи тросів, навантажених рівномірно розподіленими силами переміщуються внаслідок їх пружних деформацій як системи паралельних, рівної довжини стрижнів, навантажених рівними силами. У виразі (2) такі складові переміщень визначається останньою складовою. Вони пропорційні координаті перерізу. Передостання складова враховує переміщення усіх тросів, як належних канату як жорсткому тілу.

Для спрощення задачі розглянемо тільки переміщення та розподіли сил, викликані лише взаємним зсувом тросів – без урахування сили  $P$  та її впливу на лінійні, рівні подовження усіх тросів. Замість сили врахуємо зазор, що утворюється поміж кінцями троса за номером  $J$  під дією сили в одиницю.

Діаграма напружень в залежності від деформацій нелінійна (крива 1, рис. 2).

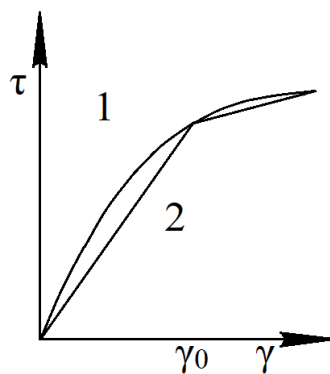


Рис. 2. Діаграма зсуву

Замінімо її кусочно лінійною (ламана 2, див. рис. 2). Складемо вирази внутрішніх сил та переміщень тросів. З метою збереження подібності запису виразів сил навантаження тросів та їх переміщень, позначення невідомих сталих наділимо нижнім індексом. Його значення приймемо рівним номеру частини. Для першої частини врахуємо нерухомість тросів в перерізі  $x = 0$  – приймемо  $\alpha_1$  рівним нулю

$$P_1(i, x) = EF \sum_{m=1}^{M-1} A_{1,m} \left( e^{\beta_m x} + e^{-\beta_m x} \right) \beta_m \cos(\mu_m(i - 0,5)), \quad (3)$$

$$U_1(i, x) = \sum_{m=1}^{M-1} A_{1,m} \left( e^{\beta_m x} - e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m(i - 0,5)). \quad (4)$$

Розглянемо другу та третю частини. Умови їх деформування, зокрема про шарків гуми навколо троса з розривом, відмінні. Для урахування такої особливості канат, в межах другої та третьої частин, розділено на три смуги (рис. 1). Надамо їм номери від одиниці до трьох. Параметри величин, що стосуються смуг, наділимо верхніми індексами, що відповідають номерам смуг. Відповідно, вирази для другої та третьої частин будуть мати величини, позначені верхнім та нижнім індексами.

В межах верхньої та нижньої смуг відсутні чинники, що впливають на їх стан. Незмінні і механічні характеристики складових каната. Тому першу та третю смугу другої та третьої частин будемо розглядати як суцільні смуги, які належать і другій і третій частинам каната. Рішення для крайніх смуг прийемо у формах відповідних до виразів (1) та (2). Врахуємо відсутність переміщення першої частини як жорсткого тіла, відсутність навантажень прикладених до першої та третьої смуг, відсутність їх переміщень як жорстких тіл.

В позначення величин введемо додатковий індекс. Він може приймати значення 1 та 3, відповідно за належністю до першої та або третьої смуги. Оскільки перша та третя смуги належать другій та третій частинам, в індексах будемо використовувати позначення другої частини. Запишемо залежності для внутрішніх сил та переміщень тросів в наступному вигляді

$$p_2^\rho(i, x) = EF \sum_{m=1}^{N_\rho-1} \left( A_{2,m}^\rho e^{\beta_{\rho,m} x} + B_{2,m}^\rho e^{-\beta_{\rho,m} x} \right) \beta_{2,m}^\rho \cos(\mu_{2,m}^\rho(i - 0,5)), \quad (5)$$

$$u_2^\rho(i, x) = \sum_{m=1}^{N_\rho-1} \left( A_{2,m}^\rho e^{\beta_{\rho,m} x} - B_{2,m}^\rho e^{-\beta_{\rho,m} x} \right) \cos(\mu_{2,m}^\rho(i - 0,5)), \quad (6)$$

де  $N_\rho$  – кількість елементів в смугі за номером  $\rho$ ;  $\mu_{2,m}^\rho = \frac{\pi m}{N_\rho}$ ,  $m = 1, 2, \dots, N_\rho - 1$ ;

$\beta_{2,m}^\rho = \sqrt{\frac{2G_\rho b}{(h-d)EF} [1 - \cos(\mu_{\rho,m})]}$ ;  $N_1 = J - 1$ ;  $N_3 = M - J$ ;  $G_1 = G_3 = G$ ;  $i$  – номери тросів кожної з трьох смуг.

Друга смуга розривом суцільності троса в перерізі  $x = L$  розділена на дві частини. Для позначення величин, що відносяться до цих частин, введемо додаткові верхні індекси. Рішення для вказаних складових цієї смуги відповідно до (1) та (2) будемо шукати у наступних формах

$$p_{\chi}^2(i, x) = EF \sum_{m=1}^2 \left( A_{\chi, m}^2 e^{\beta_{\chi, m}^2 x} + B_{\chi, m}^2 e^{-\beta_{\chi, m}^2 x} \right) \beta_{\chi, m}^2 \cos\left(\mu_{\chi, m}^2 (i - 0,5)\right), \quad (7)$$

$$\chi = 2, 3$$

$$u_{\chi}^2(i, x) = \sum_{m=1}^2 \left( A_{\chi, m}^2 e^{\beta_{\chi, m}^2 x} - B_{\chi, m}^2 e^{-\beta_{\chi, m}^2 x} \right) \cos\left(\mu_{\chi, m}^2 (i - 0,5)\right) + \alpha_{\chi}^2, \quad (8)$$

де  $\beta_{\chi, m}^2 = \sqrt{\frac{2G k b}{(h-d)EF} [1 - \cos(\mu_{\chi, m}^2)]}$   $\mu_{\chi, m}^2 = \frac{\pi m}{3}$ ,  $m = 1, 2$ ;  $k$  – коефіцієнт

зміни значення модуля зсуву відповідно до ламаної 2 (рис. 2).

Врахуємо що  $\mu_{2, m}^2 = \mu_{3, m}^2$ . Прийнемо, що на границях ( $x = l_2 \wedge x = l_3$ ) тангенси кутів зсуву дорівнюють  $\gamma_0$ . За цих умов  $\beta_{2, m}^2 = \beta_{3, m}^2$ .

Рішення для четвертої частини також будемо шукати у формах (1) та (2). Врахуємо безмежну довжину останньої частини каната та відсутність її переміщення як твердого тіла

$$P_4(i, x) = EF \sum_{m=1}^{M-1} B_{4, m} e^{-\beta_m x} \beta_m \cos(\mu_m (i - 0,5)), \quad (9)$$

$$U_4(i, x) = - \sum_{m=1}^{M-1} B_{4, m} e^{-\beta_m x} \cos(\mu_m (i - 0,5)) + \alpha_4. \quad (10)$$

В перерізі  $x = L$  внутрішні сили навантаження тросів другої та третьої смуг рівні

$$p_2^2(i, x) = p_3^2(i, x). \quad (11)$$

Поміж кінцями троса в перерізі розриву його суцільності під дією зовнішнього навантаження утворюється зазор. Позначимо його  $U_0$ . Гранична умова взаємного деформування тросів каната набуває вигляду

$$u_3^2(i, L) - u_2^2(i, L) = \begin{cases} 0 & i \neq J \\ U_0 & i = J \end{cases}. \quad (12)$$

Умова (12) має форму функції з розривом неперервності. Задамо її рядом Фур'є на обмеженій осі номерів тросів. Підставимо (7), (8) в (11) та (12) Отримаємо

$$\left( A_{2, m}^2 - A_{3, m}^2 \right) e^{\beta_{2, m}^2 L} + \left( B_{2, m}^2 - B_{3, m}^2 \right) e^{-\beta_{2, m}^2 L} = 0, \quad (13)$$

$$\left( A_{2, m}^2 - A_{3, m}^2 \right) e^{\beta_{2, m}^2 L} - \left( B_{2, m}^2 - B_{3, m}^2 \right) e^{-\beta_{2, m}^2 L} = \frac{2}{3} U_0 \cos\left(\mu_{2, m}^2 (2 - 0,5)\right). \quad (14)$$

Після спрощень маємо

$$A_{2,m}^2 = (B_{3,m}^2 - B_{2,m}^2) e^{-2\beta_{2,m}^2 L} + A_{3,m}^2, \quad (15)$$

$$B_{3,m}^2 = B_{2,m}^2 + \frac{\beta_{2,m}^2 L}{3} U_0 \cos(\mu_{2,m}^2 (2 - 0,5)). \quad (16)$$

В перерізі розриву суцільності троса його навантаження дорівнює нулю. Підставимо (15), (16) у вирази сил (7) для одного із значень  $\rho$  (2 або 3). Отримаємо

$$U_0 = -\frac{3}{C} \left( \frac{1}{EF} + \sum_{m=1}^2 \left( A_{3,m}^2 e^{\beta_{2,m}^2 L} + B_{2,m}^2 e^{-\beta_{2,m}^2 L} \right) \beta_{2,m}^2 \cos\left(\frac{3}{2} \mu_{2,m}^2\right) \right), \quad (17)$$

де  $C = \sum_{m=1}^3 \beta_{2,m}^2 \cos^2\left(\frac{3}{2} \mu_{2,m}^2\right)$ .

$$\alpha_2^2 - \alpha_3^2 = \frac{1}{3} U_0. \quad (18)$$

Отримані залежності дозволяють остаточно сформулювати вирази сил та переміщень тросів. Відповідно до розрахункової схеми, троси суміжні з ушкодженням, входять до складу двох смуг. На них діють сили в обох смугах. Ці сили в дійсному тросі складаються. Врахуємо вказане. Запишемо вирази внутрішніх сил тросів другої та третьої частин як неперервні функції на осях номерів тросів за відомого інтервалу цих номерів

$$P_2(i, x) = \frac{2}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J-1} \left( p_2^1(j, x) \cos(\mu_m(j - 0,5)) \right) + \\ & + \sum_{j=1}^3 p_2^2(j, x) \cos(\mu_m(J + j - 2,5)) + \\ & + \sum_{j=1}^{M-J-1} p_2^3(j, x) \cos(\mu_m(j + J + 0,5)) \end{aligned} \right] \times \cos(\mu_m(i - 0,5)), \quad (19)$$

$$P_3(i, x) = \frac{2}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J-1} \left( p_2^1(j, x) \cos(\mu_m(j - 0,5)) \right) + \\ & + \sum_{j=1}^3 p_2^3(j, x) \cos(\mu_m(J + j - 2,5)) + \\ & + \sum_{j=1}^{M-J-1} p_2^2(j, x) \cos(\mu_m(j + J + 0,5)) \end{aligned} \right] \times \cos(\mu_m(i - 0,5)) \quad (20)$$

Суми сил навантаження тросів кожної зі смуг, як окремої системи взаємно пов'язаних тросів дорівнюють нулю, якщо їх вирази не мають складових рівномірно розподілених поміж тросами сил. Таких складових не має жодна смуга. Відповідно, і отримані функції розподілу сил поміж тросами (19), (20) не мають складових, що задають рівномірно розподілені сили поміж тросами.

Під дією внутрішніх сил навантаження троси деформуються. Їх перерізи отримують деякі переміщення. Вирази переміщення першої смуги не мають складових, що відтворюють рівні переміщення їх тросів. Фізично це є наслідком нерухомого закріплення смуги в перерізі  $x = 0$ . Відповідно до розрахункової моделі кінці  $J$ -того троса навантажені рівними, протилежно спрямованими силами. Під дією цих сил змінюється загальна довжина другої та третьої частини. Розподіл подовжень невідомий, відома лише різниця переміщень. Зумовлена вона подовженням другої та третьої частин другої смуги. Відповідно до (18) різниця подовжень становить  $\frac{1}{3}U_0$ . Викликана вона рівними силами, прикладеними до рі-

вної кількості тросів, подовження частин пропорційні довжинам другої та третьої частин. Відповідно приймемо, що переміщення краю другої смуги  $x = L$  становить  $\frac{l_2 - L}{3(l_3 - l_2)}U_0$ . Воно дорівнює  $\alpha_2^2$ . Переміщення краю третьої смуги в

цьому ж перерізі дорівнює  $\alpha_3^2 = \left(\frac{l_2 - L}{l_3 - l_2} - 1\right)\frac{U_0}{3}$ . Врахуємо наведене, складемо вирази функцій переміщень тросів другої та третьої частин без поділу їх на смуги

$$U_2(i, x) = \frac{2}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J-2} u_2^1(j, x) \cos(\mu_m(j-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^1(J-1, x) \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_2^2(J-1, x) + \alpha_2^2] \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + [u_2^2(J, x) + \alpha_2^2] \cos(\mu_m(J-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_2^2(J+1, x) + \alpha_2^2] \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^3(J+1, x) \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \sum_{j=1}^{M-J-1} u_2^3(j, x) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right] \times \frac{2\alpha_2^2}{M} \times \cos(\mu_m(i-0,5)) \quad (21)$$

$$U_3(i, x) = \frac{2}{M} \sum_{m=1}^M \left[ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J-2} u_2^1(j, x) \cos(\mu_m(j-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^1(J-1, x) \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_3^2(J-1, x) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + [u_3^2(J, x) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_3^2(J+1, x) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^3(J+1, x) \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \sum_{j=1}^{M-J-1} u_2^3(j, x) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right] \times \frac{2\alpha_3^2}{M} \times \cos(\mu_m(i-0,5)) \quad (22)$$

Остання складова виразів (21), (22) задає частини переміщень перерізу  $x = L$  та  $x = l_3$ , які відповідають рівному переміщенню перерізів тросів. Відповідно друга частина каната має переміщення, як жорсткого тіла, величиною  $\frac{2\alpha_2^2}{M}$ .

Третя  $\frac{2\alpha_3^2}{M}$ . Таке саме переміщення має і четверта частина каната.

В перерізах  $x = l_2$  та  $x = l_3$  троси не мають розривів, відповідно розраховані значення сил та переміщень тросів рівні поміж собою

$$p_1(i, l_2) = P_2(i, l_2), \quad (23)$$

$$U_1(i, l_2) = U_2(i, l_2), \quad (24)$$

$$P_3(i, l_3) = P_4(i, l_3), \quad (25)$$

$$U_3(i, l_3) = U_4(i, l_3). \quad (26)$$

Підставимо в (23) – (26) значення (3), (4), (9), (10), (19)-(22). Врахуємо те, що переміщення частин як жорстких тіл, не впливають на розподіли сил поміж тросами та на викривлення перерізів канатів

$$A_{1,m} = \frac{\left[ \begin{aligned} &\sum_{j=1}^{J-1} \left( p_2^1(j, l_2) \cos(\mu_m(j-0,5)) \right) + \\ &+ \sum_{j=1}^3 p_2^2(j, l_2) \cos(\mu_m(J+j-2,5)) + \\ &+ \sum_{j=1}^{M-J-1} p_2^3(j, l_2) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right]}{E F M \operatorname{ch}\left(e^{\beta_m l_2}\right) \beta_m}, \quad (27)$$

$$A_{1,m} = \frac{\left[ \begin{aligned} &\sum_{j=1}^{J-2} u_2^1(j, l_2) \cos(\mu_m(j-0,5)) + \\ &+ \frac{1}{2} u_2^1(J-1, l_2) \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ u_2^2(J-1, l_2) + \alpha_2^2 \right] \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ &+ \left[ u_2^2(J, l_2) + \alpha_2^2 \right] \cos(\mu_m(J-0,5)) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ u_2^2(J+1, l_2) + \alpha_2^2 \right] \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ &+ \frac{1}{2} u_2^3(J+1, l_2) \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ &+ \sum_{j=1}^{M-J-1} u_2^3(j, l_2) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right]}{M \operatorname{sh}\left(e^{\beta_m l_2}\right)}, \quad (28)$$

$$B_{4,m} = \frac{2 e^{\beta_m l_3}}{E F M \beta_m} \left[ \begin{aligned} &\sum_{j=1}^{J-1} \left( p_2^1(j, l_3) \cos(\mu_m(j-0,5)) \right) + \\ &+ \sum_{j=1}^3 p_2^2(j, l_3) \cos(\mu_m(J+j-2,5)) + \\ &+ \sum_{j=1}^{M-J-1} p_2^3(j, l_3) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right], \quad (29)$$

$$B_{4,m} = -\frac{2 e^{\beta_m l_3}}{M} \left[ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{J-2} u_2^1(j, l_3) \cos(\mu_m(j-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^1(J-1, l_3) \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_3^2(J-1, l_3) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J-1,5)) + \\ & + [u_3^2(J, l_3) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J-0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} [u_3^2(J+1, l_3) + \alpha_3^2] \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \frac{1}{2} u_2^3(J+1, l_3) \cos(\mu_m(J+0,5)) + \\ & + \sum_{j=1}^{M-J-1} u_2^3(j, l_3) \cos(\mu_m(j+J+0,5)) \end{aligned} \right]. \quad (30)$$

Віднімемо (28) від (27), складемо (29) та (30). Отримаємо систему алгебраїчних рівнянь. Її розв’язання дозволяє отримати невідомі сталі, що входять до виразів внутрішніх сил та переміщень тросів другої та третьої смуг. Відомі переміщення тросів дозволяють знайти значення максимальних кутів зсуву гумових прошарків, що розташовані поміж тросами, як різницю переміщень тросів, віднесену до мінімальної відстані проміж їхніми зовнішніми поверхнями.

Розглянуто канат типу ГТК-3150 з семи тросів значної довжини. Четвертий трос каната ( $J = 4$ ) має два розриви неперервності. Відстань між ними два метри. Для гумових прошарків, розташованих симетрично відносно перерізів розриву суцільності троса, на довжинах по два дециметри прийнято модуль зсуву гуми в чотири рази меншим.

Визначено напружено-деформований стан каната. На рисунку 3 наведені розподіли внутрішніх сил навантаження тросів каната.

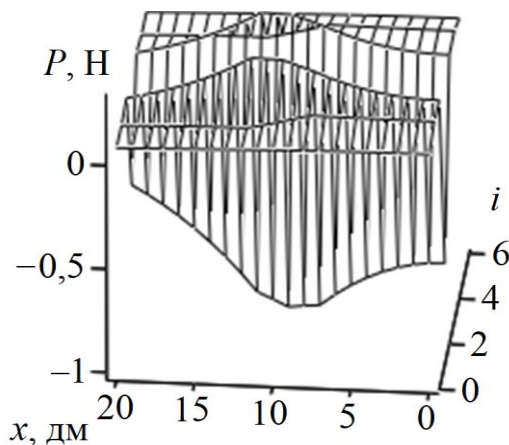


Рис. 3. Розподіл внутрішніх сил навантаження тросів  $P$  з номерами  $i$  по довжині каната (вздовж осі  $x$ )

Відповідно рисунку троси в канаті нерівномірно навантажені. Зі зростанням відстані від перерізу з розривом неперервності амплітуда зміни сил в перерізі каната зменшується. Максимальні більш небезпечні внутрішні сили навантаження тросів несуттєво відрізняються від значення таких сил у разі прийняття гіпотези про аналогічне зменшення модуля зсуву по усій ширині каната. Мало вони відрізняються і від таких сил, визначених за прийняття гіпотези про лінійну залежність деформацій від напружень. Відмінний модуль гуми на зсув на обмеженій частині каната впливає на характер зміни цих сил по довжині каната.

Наявність розриву суцільності троса призводить до викривлення перерізів каната (рис. 4).

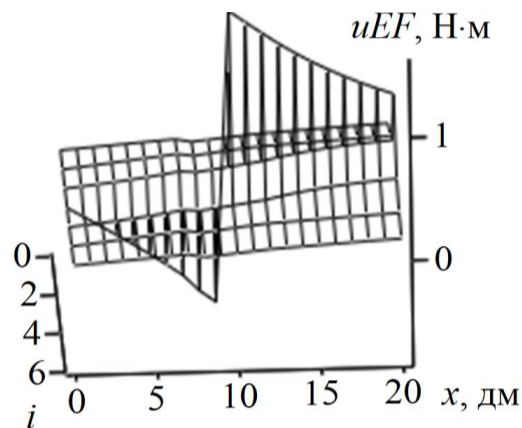


Рис. 4. Розподіл переміщень  $u$ , помножених на жорсткість тросів з номерами  $i$  по довжині каната (вздовж осі  $x$ )

Відповідно до рисунка викривлення перерізів каната мають локальний характер - суттєво зменшується зі зростанням відстані від розриву суцільності. Екстремальні переміщення тросів також практично не залежать від нелінійності модуля пружності гуми. Різниця переміщень суміжних тросів в канаті (викривлення його перерізів) супроводжується зсувом гуми міжтросових прошарків. Значення тангенсів кутів зсуву еластичної оболонки, розташованої поміж тросами, наведені на рисунку 5.

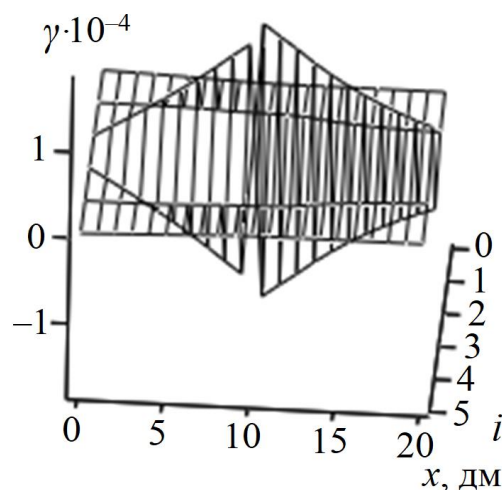


Рис. 5. Розподіл тангенсів кутів зсуву  $\gamma$  міжтросових прошарків гуми  $i$  по довжині каната (вздовж осі  $x$ )

Закономірності розподілу сил, переміщень, кутів зсуву гуми у випадках прийняття лінійного закону деформування гуми та у випадку прийняття припущення про відмінне значення модуля зсуву на незначній частині каната, якісно збігаються. Кількісно відрізняються максимальні кути зсуву. В розглянутому випадку у разі припущення, що механічні властивості гуми незмінні на відрізьку заданої довжини, який включає переріз лише навколо троса з розривом, тангенс кутів зсуву, визначені з урахуванням локального зменшення модуля зсуву гуми вчетверо, зростають до 15% відносно таких параметрів, визначених за умови лінійного деформування гуми.

**Висновки.** Розроблена та аналітичним шляхом розв’язана математична модель гумотросового тягового органа з порушеною структурою з урахуванням дискретно зміненої по його довжині жорсткістю гуми на зсув та розривом суцільності елемента армування. Встановлено вплив дискретної зміни модуля зсуву гуми на напружено-деформований стан гумотросового тягового органа з розривом суцільності елемента армування. Уточнено механізм зміни напруженого стану гумотросового каната внаслідок нелінійного закону деформування міжтросових еластичних прошарків. Сформульовано алгоритм визначення напруженого стану гумотросового тягового органа з порушеною структурою з урахуванням відомого закону зміни механічних властивостей гуми в процесі його використання. Врахування нелінійності деформування гумової оболонки надає можливість прогнозування напруженого стану гумотросового тягового органа з розірваним елементом армування для підвищення безпеки та надійності його використання.

#### Перелік посилань

1. Колосов, Л.В., & Бельмас, І.В. (1981). Застосування електричних моделей для дослідження композитних матеріалів. *Механіка композитних матеріалів*, (1), 115–119.
2. Дарія-Заде, С. (2013). Чисельна методика визначення ефективних характеристик односпрямовано армованих композитів. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*, (58), 71–77.
3. Бельмас, І.В. (1993). Напружений стан гумотросової стрічки при довільному пошкодженні тросів. *Проблеми міцності та надійності машин*, (6), 45–48
4. Колосов, Л.В., & Бельмас, І.В. (1990). Дослідження міцнісних характеристик зразків пошкоджених гумотросових стрічок. *Вісті вищих навчальних закладів. Гірничий журнал*, (8), 81–84.
5. Belmas, I., Kolosov, D., Dolgov, O., & Tantsura, G. (2017). The stress-strain state of the flat rope of hoisting engine with considering their technical state. *Innovations in science and education: challenges of our time. Collection of scientific papers*. London: IASHE, 191–196.
6. Бельмас, І.В., Колосов, Д.Л., & Бобильова, І.Т. (2009). Врахування дотичних напружень при автоматизованому конструюванні ступінчастого канату. *Сталеві канати. Збірник наукових праць*, (7), 147–152.
7. Колосов, Л.В., & Бельмас, І.В. (1990). Аналіз схем стикових з’єднань гумотросових стрічок. *Вісті вищих навчальних закладів. Гірничий журнал*, (2), 83–85.
8. Танцура Г.І. (2010). *Гнучкі тягові органи. Стикові з’єднання конвеєрних стрічок*. Дніпро-дзержинськ: ДДТУ.
9. Baldwin, J., Bauer, D., & Ellwood, K. (2007). Rubber aging in tires. Part 1: field results. *Polymer Degradation and Stability*, (1), 103–109.

10. Bauer, D., Baldwin, J., & Ellwood, K. (2007). Rubber aging in tires. Part 2: accelerated oven aging tests. *Polymer Degradation and Stability*, (1), 110–117.
11. Ларін, О.О. (2015). Експериментальні дослідження параметрів пружності та статичної міцності гумової суміші, що входить до складу елементів пневматичних шин після її штучного старіння. *Вісник ЖДТУ*, 3(74), 21–27.

#### ABSTRACT

**Purpose.** Determining a stress-strain state of a restored rubber-cable tractive element (rope, belt) under a discrete change in the shear modulus of material (rubber) that connects the reinforcing elements (cables).

**Research methodology.** The study is based on an analytical solution of a model of a rubber-cable tractive element, taking into account a continuity breakage of the cable and changes in the mechanical properties of the rubber shell.

**Findings.** A mathematical model of a rubber-cable tractive element with a disturbed structure has been developed and solved analytically, taking into account a discrete variation along its length of the rubber shear rigidity and a continuity breakage of the reinforcing element. It has been established that the patterns of distribution of forces, displacements, and shear angles of the rubber, in the case of assuming a linear law of rubber deformation and in the case of assuming a different value of the shear modulus over a small section of the rope, qualitatively coincide. Quantitatively, the maximum shear angles differ. In the considered case, assuming that the mechanical properties of the rubber remain unchanged over a segment of given length that includes only the cross-section around the broken cable, the tangents of the shear angles, determined with a fourfold local reduction in the rubber shear modulus, increase by up to 15% compared to those obtained under the assumption of linear rubber deformation.

**Scientific novelty.** The influence of a discrete change in the rubber shear modulus on a stress-strain state of a rubber-cable tractive element with a continuity breakage of the reinforcing element has been established. The mechanism of changes in the stress state of a rubber-cable rope due to a nonlinear law of deformation of the inter-cable elastic layers has been refined.

**Practical significance.** An algorithm has been formulated for determining the stress state of a rubber-cable tractive element with a disturbed structure, taking into account a known law of variation of the mechanical properties of rubber during operation. Considering the nonlinearity of deformation of the rubber shell makes it possible to predict the stress state of a rubber-cable tractive element with a broken reinforcing element in order to improve safety and reliability of its operation.

**Keywords:** *lifting and transporting machine, rubber-cable tractive element, restored rope, rubber shell, mechanical properties, operational changes, continuity breakage, layered composite structure, mathematical model, analytical solution, stress-strain state.*

дата першого надходження статті до видання	13.01.2026
дата прийняття до друку статті після рецензування	26.02.2026
дата публікації (оприлюднення)	31.03.2026