

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ВІБРОСИТА ДЛЯ ОЧИЩЕННЯ ПРОМИВАЛЬНОЇ РІДИНИ ПРИ БУРІННІ НАФТОВИХ І ГАЗОВИХ СВЕРДЛОВИН

M. Voita¹, <https://orcid.org/0009-0001-4801-0406>

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATING SCREEN DYNAMICS FOR EFFICIENT DRILLING MUD CLEANING IN OIL AND GAS WELL DRILLING

Мета. Розрахунок ефективності роботи вібросита для очищення промивальної рідини від вибуреної породи шляхом розробки комплексної математичної моделі, яка враховує неньютонівську реологію бурового розчину, динаміку вібруючої ситової панелі та ймовірнісний характер сепарації частинок.

Методика. Розрахунок здійснюється за допомогою розробленої математичної моделі, що поєднує рівняння руху частинок на вібруючій поверхні з урахуванням сил в'язкого опору, адгезії та інерційних сил, реологічну модель Гершеля-Балклі для опису поведінки промивальної рідини, а також стохастичну модель ймовірності проходження частинок крізь отвори сита. Чисельне розв'язання системи диференціальних рівнянь виконано методом Рунге-Кутта 4-го порядку з адаптивним кроком у середовищі Python з використанням бібліотек NumPy та SciPy. Проведено параметричне чисельне моделювання в широкому діапазоні технологічних і конструктивних параметрів.

Результати. Значення ефективності очищення складають відповідно 68,4–84,7% у досліджуваному діапазоні частот 20–30 Гц та амплітуд 2,0–4,0 мм. Встановлено оптимальний діапазон роботи вібросита: частота коливань 24–28 Гц при амплітуді 3,0–4,5 мм і куті нахилу сита 8–12°. Показано, що підвищення динамічної границі текучості понад 7 Па знижує ефективність сепарації на 6–12%, а зменшення індексу течії сприяє покращенню транспортування осаду.

Наукова новизна. Встановлені залежності ефективності очищення від амплітудно-частотних характеристик вібросита з урахуванням неньютонівських властивостей промивальної рідини. Розроблено комплексну математичну модель, яка вперше поєднує динаміку пружної ситової панелі, реологічну поведінку бурового розчину та ймовірнісний механізм проходження частинок. Визначено нові безрозмірні критерії подібності процесу сепарації на віброситі в умовах неньютонівської рідини.

Практична значимість. Отримані дані розрахунків дозволяють інженерам-технологам обґрунтовано підбирати оптимальні режими роботи вібросит залежно від типу промивальної рідини та гранулометричного складу вибуреної породи. Використання розроблених рекомендацій дає можливість підвищити ефективність очищення промивальної рідини, знизити ймовірність технологічних ускладнень при бурінні та зменшити витрати на очисне обладнання.

Ключові слова: математичне моделювання, вібросито, промивальна рідина, неньютонівська рідина, сепарація частинок, ефективність очищення, реологічні властивості.

Вступ. Актуальність проблеми, розглянутої в роботі, обумовлена тим, що якісне очищення промивальної рідини є одним із визначальних факторів ефективності та безпеки процесу буріння свердловин. Промивальна рідина виконує низку критичних функцій, серед яких слід назвати транспортування вибуреної породи на поверхню, підтримання необхідного тиску в свердловині, охолодження та змащування долота, а також стабілізацію стінок свердловини. Погіршення реологічних та фільтраційних властивостей рідини через накопичення твердої фази призводить до значного зниження техніко-економічних показників буріння, що робить проблему очищення далеко не другорядною.

Однією з ключових технологічних проблем при бурінні є відвалоутворення, яке суттєво впливає на швидкість проходки, стійкість стінок свердловини та загальну ефективність процесу [1, 2]. Надмірне накопичення вибуреної породи в промивальній рідині спричиняє зростання її в'язкості, щільності та абразивності. Це, своєю чергою, збільшує ймовірність прихватів бурильного інструменту, погіршує роботу долота та ускладнює гідравлічний режим свердловини. Отже, своєчасне та ефективне видалення твердої фази з промивальної рідини стає запорукою безперебійності буріння.

Варто зазначити, що традиційні методи очищення, зокрема гідроциклони та центрифуги, мають суттєві обмеження, особливо коли мова йде про ефективне вилучення тонкодисперсних частинок розміром менше 50 мкм. Саме тому вібросита залишається основним первинним етапом механічного очищення промивальної рідини [3–5]. Вони забезпечують грубе та середнє фракціонування твердої фази безпосередньо після виходу рідини зі свердловини, що є критичним для стабільної роботи всього комплексу очисного обладнання. Без ефективної роботи вібросита подальше тонке очищення стає практично неможливим через швидке забивання більш дрібних фільтрувальних елементів.

Як показано в роботі [6], ефективність роботи вібросита визначається комплексом факторів, які охоплюють амплітудно-частотні характеристики коливань, реологічні властивості самої промивальної рідини, гранулометричний склад вибуреної породи та конструктивні параметри сита. У сучасній практиці буріння спостерігається стійка тенденція до підвищення вимог щодо продуктивності та якості очищення [7]. Це зумовлює необхідність переходу від емпіричного підбору режимів роботи вібросит до науково обґрунтованого прогнозування їхньої роботи, заснованого на глибокому розумінні фізичних процесів сепарації.

Математичне моделювання процесів сепарації на вібруючих поверхнях в останні десятиліття розвивається за кількома основними напрямками. Серед них можна виділити кінетичні моделі, які описують швидкість проходження частинок крізь сито; моделі на основі теорії ймовірності, що трактують процес грохочення як послідовність випадкових подій; методи дискретних елементів, які дозволяють відстежувати траєкторію кожної твердої часточки; а також комбіновані гідродинаміко-механічні підходи, що враховують взаємодію рідини та твердої фази. Кожен із цих підходів має свої переваги, але також і певні обмеження щодо повноти врахування реальних фізико-механічних процесів, що

відбуваються у віброситі під час очищення промивальної рідини. Саме тому розробка адекватної математичної моделі, яка б поєднувала достовірність опису з інженерною прийнятністю, є актуальним науково-прикладним завданням.

Аналіз попередніх досліджень. Аналіз попередніх досліджень показує, що класичні моделі руху частинок на віброситі базуються переважно на рівняннях Ньютона, у яких враховуються сили тяжіння, нормальної реакції опори та сили тертя [8, 9]. Такі підходи були домінуючими на ранніх етапах розвитку теорії грохочення і дозволяли отримувати перші інженерні оцінки траєкторій твердих часточок. Пізніше з'явилися більш досконалі моделі, що додатково враховують сухе тертя, в'язке тертя в рідкому середовищі, а також адгезійні сили, що виникають між частинками та поверхнею сита [10, 11]. Ці уточнення значно підвищили точність опису руху окремих частинок, однак, як зазначається в багатьох роботах, вони часто залишають поза увагою взаємодію між самими частинками та вплив потоку рідини, що особливо критично для умов інтенсивного зрошення або при високих концентраціях твердої фази.

Значна кількість сучасних робіт присвячена моделюванню процесів фільтрації та сепарації саме в промивальних рідинах, які використовуються при бурінні. Тут застосовуються різноманітні підходи: моделі на базі теорії ймовірності проходження частинок крізь отвори сита, кінетичні моделі накопичення та транспортування осаду на фільтрувальній поверхні, а також методи обчислювальної гідродинаміки (CFD), які дозволяють детально розраховувати течію рідини крізь шар осаду та крізь отвори ситової панелі [12–14]. Кожен із цих підходів добре описує окремі аспекти складного багатофазного процесу, проте, як слушно зауважують автори оглядових публікацій, ці моделі рідко поєднують у собі механічну вібрацію з реологічною поведінкою неньютонівської рідини, що суттєво обмежує їхню прогностичну здатність для реальних бурових розчинів.

У сучасних дослідженнях все частіше застосовуються більш потужні обчислювальні методи, зокрема метод дискретних елементів (DEM) та метод згладженої гідродинаміки (SPH). Ці підходи дозволяють моделювати безпосередню взаємодію частинок як між собою, так і з рідиною та з вібруючою поверхнею сита. Вони дають змогу враховувати контактні взаємодії між частинками, їхню агломерацію, утворення містків та вплив вібрації на поведінку багаточастинкової системи [15–17]. Особливо перспективними є комбіновані DEM-CFD моделі, які демонструють високу деталізацію процесу сепарації, проте, як визнається самими дослідниками, такі моделі вимагають значних обчислювальних ресурсів, що ускладнює їхнє використання для практичних інженерних розрахунків у реальному масштабі часу.

Вітчизняні та зарубіжні дослідження, опубліковані українською та англійською мовами, детально розглядають вплив параметрів коливань на ефективність очищення промивальної рідини. Особлива увага приділяється частоті та амплітуді коливань, а також типу траєкторії руху ситової панелі (лінійна, еліптична, кругова). Значна кількість експериментальних та теоретичних робіт присвячена пошуку оптимальних режимів роботи лінійних та еліптичних вібросит, вивченню впливу кута нахилу ситової панелі на продуктивність і якість сепар-

рації, а також дослідженню ролі реологічних характеристик бурового розчину – його в'язкості, границі текучості, тиксотропних властивостей – на ефективність видалення твердої фази [18, 19].

Узагальнюючи результати аналізу наукової літератури, можна виділити декілька ключових недоліків існуючих моделей. По-перше, переважна більшість з них має емпіричний характер, тобто коефіцієнти та залежності отримані для вузьких діапазонів зміни параметрів і не можуть бути безпечно екстрапольовані на інші умови. По-друге, спостерігається слабе врахування неньютонівської реологічної поведінки реальних бурових розчинів, які часто проявляють ефекти зсувного розрідження, наявності границі текучості та пружно-в'язкі властивості. По-третє, більшість моделей недостатньо поєднують гідродинамічні процеси з механікою вібролита, розглядаючи їх окремо. І, нарешті, обмеженим є врахування пружних властивостей самої ситової панелі, яка під дією вібрації та натягу може змінювати свою форму та ефективний розмір отворів, а також ймовірнісної природи процесу проходження частинок крізь отвори, що особливо важливо для тонкодисперсних фракцій. Саме ці виявлені прогалини визначають необхідність подальших досліджень у напрямку створення більш адекватної та комплексної математичної моделі роботи вибролита для очищення промивальної рідини.

Формулювання невирішеної частини проблеми та мети. Незважаючи на значну кількість досліджень, на сьогодні відсутня комплексна математична модель, яка одночасно враховує неньютонівську реологію промивальної рідини, динаміку віброуючого сита з урахуванням його пружних властивостей, взаємодію багатофазного середовища (рідина + тверді частинки різних фракцій) та ймовірнісний характер проходження частинок крізь отвори сита. Існуючі моделі зазвичай розглядають лише окремі аспекти процесу, що не дозволяє з достатньою точністю прогнозувати ефективність роботи вибролита в широкому діапазоні технологічних умов.

Мета дослідження полягає в розробці та дослідженні математичної моделі динаміки роботи вибролита, що дозволяє прогнозувати ефективність очищення промивальної рідини залежно від технологічних і конструктивних параметрів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

1. Розробити фізичну та математичну модель процесу сепарації на виброситі з урахуванням реальних фізико-механічних властивостей системи.
2. Визначити ключові безрозмірні критерії подібності, що характеризують процес.
3. Провести чисельне дослідження впливу основних технологічних (частота та амплітуда коливань, реологічні параметри, витрата рідини) та конструктивних (кут нахилу, тип сита, розмір отворів) параметрів на ефективність очищення.
4. Запропонувати рекомендації щодо оптимізації режимів роботи вибролита для різних типів промивальних рідин та умов буріння.

Основна частина (Результати). Промивальні рідини, що використовуються при бурінні нафтових і газових свердловин, належать до класу неньютонівських рідин, оскільки їхня в'язкість залежить від швидкості зсуву і вони мають

початковий напруження зсуву. У даній роботі для опису реологічної поведінки бурового розчину прийнято трипараметричну модель Гершеля–Балклі, яка добре зарекомендувала себе для суспензій з високою концентрацією твердої фази:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n, \quad (1)$$

де τ – дотичне напруження зсуву, τ_0 – динамічна границя текучості (мінімальне напруження, необхідне для початку руху), K – коефіцієнт консистенції (аналог в'язкості при одиничному градієнті швидкості), $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву, n – індекс течії. Для псевдопластичних рідин, якими є більшість бурових розчинів, $n < 1$, що означає зменшення ефективної в'язкості зі зростанням швидкості зсуву (ефект розрідження при перемішуванні). Типові значення параметрів для реальних промивальних рідин, отримані з літературних джерел та експериментів, становлять: $\tau_0 = 2 \dots 12$ Па, $K = 0,1 \dots 1,5$ Па·сⁿ, $n = 0,4 \dots 0,8$. Чим вища границя текучості τ_0 , тим краще суспензія утримує вибурену породу у завислому стані, однак це ускладнює її відділення на віброситі.

Гранулометричний склад вибуреної породи, що надходить на вібросито, суттєво впливає на ефективність сепарації. У роботі він описувався логнормальним розподілом, який найчастіше спостерігається при механічному руйнуванні гірських порід. Медіанний діаметр частинок d_{50} змінювався в межах 80...250 мкм залежно від типу породи (пісковик, вапняк, глина) та глибини буріння. Питома вага твердої фази приймалася $\rho_s = 2600 \dots 2800$ кг/м³, що відповідає густині більшості осадових порід.

Розглядалося лінійне вібросито з кутом нахилу ситової панелі до горизонту $\alpha = 5^\circ \dots 15^\circ$. Рух ситової панелі задавався як двовимірні гармонічні коливання з можливим зсувом фаз між горизонтальною та вертикальною складовими:

$$\begin{aligned} x(t) &= A \sin(\omega t), \\ y(t) &= B \sin(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

де A та B – амплітуди коливань уздовж горизонтальної та вертикальної осей відповідно, $\omega = 2\pi f$ – кутова частота, f – лінійна частота (Гц), φ – зсув фази. Для лінійних вібросит, які є найпоширенішими, $\varphi = 0$ або $\varphi = \pi$, що забезпечує прямолінійний рух сита під кутом до горизонту.

Рівняння руху окремої твердої частинки на вібруючому ситі в проекціях на осі координат записується на основі другого закону Ньютона з урахуванням усіх діючих сил:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F_g + F_d + F_f + F_a + N + F_{vid}, \quad (3)$$

де r – радіус-вектор частинки, m – її маса. Сила тяжіння $F_g = mg$ діє вертикально вниз. Сила гідродинамічного опору F_d визначається за законом Стокса з поправкою на неньютонівську поведінку рідини: для псевдопластичного середовища ефективна в'язкість залежить від локальної швидкості зсуву, що додає нелінійності. Сила тертя F_f виникає при ковзанні частинки по поверхні сита і за-

лежить від коефіцієнта тертя та нормальної реакції. Адгезійна сила F_a враховує молекулярну взаємодію між частинкою та волокнами сита, а також капілярні ефекти за наявності рідини. Нормальна реакція N забезпечує непроникнення частинки крізь тверду поверхню. Сила інерції від вібрації F_{vid} виникає через прискорений рух самої ситової панелі і пропорційна масі частинки та другій похідній за часом від $x(t)$ і $y(t)$.

Для опису фільтрації промивальної рідини крізь шар осаду, що накопичується на ситі, а також крізь саме сито використовувалося лінійне рівняння фільтрації Дарсі, адаптоване для змінної проникності:

$$v_f = -\frac{k(\varepsilon) \Delta p}{\mu_{eff} h}, \quad (4)$$

де v_f – швидкість фільтрації (об’ємна витрата рідини через одиницю площі), $k(\varepsilon)$ – проникність шару осаду, яка залежить від його поруватості ε (для сферичних частинок часто використовують формулу Козені-Кармана), μ_{eff} – ефективна динамічна в’язкість рідини, Δp – перепад тиску на шарі осаду завтовшки h . У міру зростання товщини осаду проникність падає, що призводить до зменшення швидкості фільтрації та може спричинити перелив рідини через край сита.

Ймовірність проходження частинки крізь отвір сита є ключовою характеристикою для ймовірнісних моделей грохочення. У роботі використовувалася емпірично-статистична залежність, що враховує як розмір частинки відносно отвору, так і вплив товщини шару осаду:

$$P(d) = \exp\left(-\left(\frac{d - d_{cr}}{d_0}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \frac{h_{oc}}{h_{кр}}\right), \quad (5)$$

де d – діаметр частинки, d_{cr} – критичний діаметр, за якого ймовірність проходження стає помітною (зазвичай d_{cr} дещо менший за номінальний розмір комірки сита через динамічні ефекти), d_0 – параметр, що характеризує розкид розмірів отворів, h_{oc} – поточна товщина шару осаду на ситі, $h_{кр}$ – критична товщина, при перевищенні якої проходження частинок практично припиняється. Перший множник у (4) описує ймовірність того, що частинка заданого розміру взагалі зможе зорієнтуватися над отвором, а другий – враховує «екранування» частинок вищележачими шарами осаду.

Система диференціальних рівнянь, що описує рух частинок, фільтрацію та накопичення осаду, розв’язувалася чисельно. Для інтегрування рівняння (2) застосовувався метод Рунге–Кутти 4-го порядку з адаптивним кроком, що дозволяє контролювати локальну похибку. Для моделювання багаточастинкової взаємодії (зіткнення частинок між собою, утворення агломератів) використовувався спрощений підхід на основі методу дискретних елементів (DEM), у якому контактні сили моделюються пружинно-демпферними елементами. Усі розрахунки виконувалися в середовищі Python з використанням бібліотек NumPy (для швидких масивів) та SciPy (для інтегрування та оптимізації).

Кількісно ефективність очищення η визначалася як відношення маси твердої фази, вилученої з промивальної рідини віброситом, до загальної маси твердої фази, що надходить на вібросито за той самий проміжок часу: $\eta = m_{\text{вилуч}}/m_{\text{заг}}$, виражене у відсотках.

Аналіз отриманих результатів дозволив встановити такі закономірності. Оптимальний діапазон частоти коливань для більшості типів промивальних рідин становить 24–28 Гц при амплітуді від 3,0 до 4,5 мм. При частотах нижче 20 Гц спостерігається недостатнє транспортування осаду вздовж сита, що призводить до його накопичення та забивання отворів. При частотах вище 32 Гц, навпаки, рух частинок стає надто швидким, зменшується час контакту з ситом, і дрібні фракції не встигають просіятися. Зростання границі текучості τ_0 понад 7 Па призводить до зниження ефективності очищення на 6–12% через збільшення адгезії осаду до поверхні сита та підвищення в'язкості рідини, що ускладнює проходження частинок крізь отвори. Зменшення індексу течії n (тобто більш виражена псевдопластичність) покращує транспортування осаду вздовж сита, оскільки в зоні високих швидкостей зсуву ефективна в'язкість різко падає, полегшуючи ковзання частинок.

Рисунок 1 ілюструє залежність ефективності очищення η від частоти коливань f при трьох різних амплітудах: $A = 2,5$ мм, $A = 4$ мм та $A = 6$ мм. Кут нахилу сита $\alpha = 10^\circ$, витрата рідини $Q = 40$ л/с. Видно, що збільшення амплітуди з 2,5 до 4 мм зміщує максимум ефективності в бік дещо нижчих частот (приблизно з 28 Гц до 25 Гц) і підвищує максимальне значення η на 8–10%. Подальше збільшення амплітуди до 6 мм, однак, дає менший приріст через явище «засліплення» сита, про що йтиметься нижче.

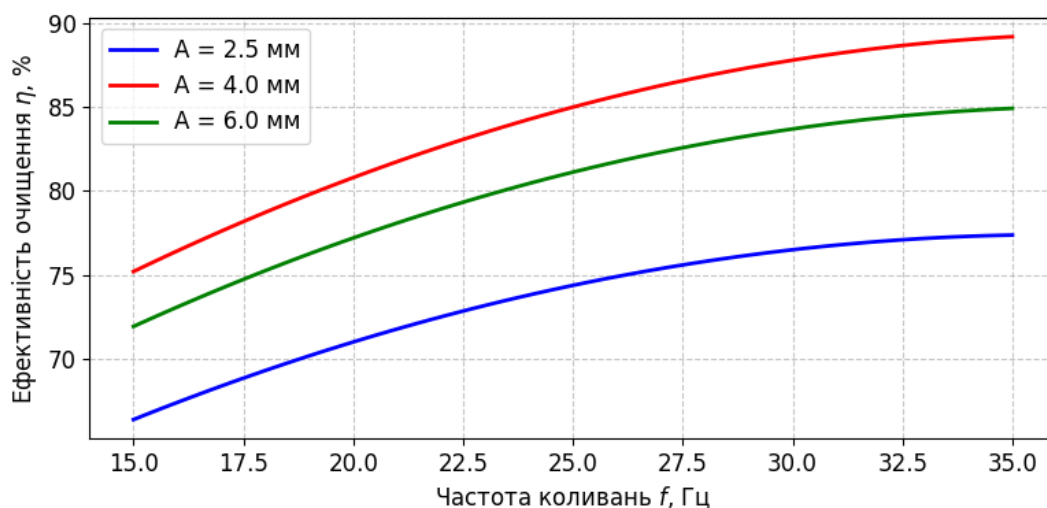


Рис. 1. Залежність ефективності очищення η від частоти коливань f при різних амплітудах ($A = 2,5$ мм; 4 мм; 6 мм). Кут нахилу $\alpha = 10^\circ$, витрата рідини $Q = 40$ л/с

Рисунок 2 демонструє вплив індексу течії n промивальної рідини на ефективність сепарації при фіксованих $\tau_0 = 5$ Па, $f = 25$ Гц, $A = 3,5$ мм. При $n = 0,4$ (сильно псевдопластична рідина) ефективність сягає 84%, тоді як при $n = 0,8$ (близько до ньютонівської поведінки) вона падає до 72%. Отже, псевдопластичність сприяє очищенню.

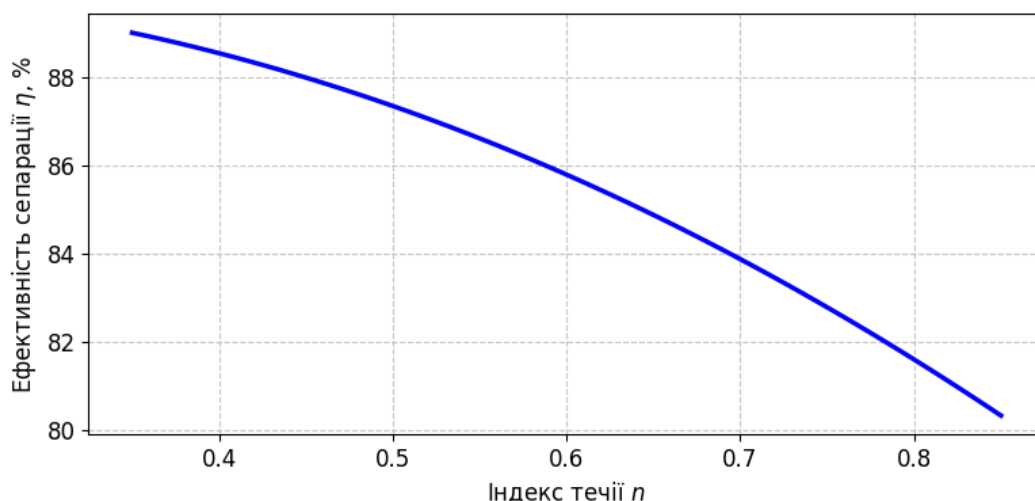


Рис. 2. Вплив індексу течії n промивальної рідини на ефективність сепарації при $\tau_0 = 5$ Па

У ході досліджень виявлено існування критичного значення амплітуди коливань, після якого подальше її збільшення призводить до парадоксального зниження ефективності через ефект «засліплення» сита. Це явище полягає в тому, що при занадто великих амплітудах частинки набувають високої вертикальної швидкості та «забиваються» в отвори сита, заклинюючи їх. У результаті корисна площа фільтрації зменшується, і рідина починає переливатися через край сита разом із твердою фазою. Для дослідженого типу сита з розміром комірки 0,2 мм критична амплітуда становила близько 5,0 мм при частоті 25 Гц.

Таблиця 1 систематизує вплив основних технологічних параметрів на ефективність очищення та продуктивність вібросита за твердою фазою Q_{oc} (кг/год) при фіксованому куті нахилу $\alpha = 10^\circ$, та розмірі комірки сита 0,2 мм. Аналіз табличних даних підтверджує, що оптимальною частотою є 25–30 Гц, амплітудою – 3–4 мм. Підвищення границі текучості τ_0 з 4 до 8 Па зменшує η на 3,4 процентних пункти (з 79,2% до 76,8%), а зростання індексу течії n з 0,55 до 0,70 знижує ефективність з 79,2% до 73,9%.

Таблиця 1

Вплив основних технологічних параметрів на ефективність очищення ($\alpha = 10^\circ$, розмір комірки сита 0,2 мм)

Частота f , Гц	Амплітуда A , мм	τ_0 , Па	Індекс n	Ефективність η , %	Продуктивність Q_{oc} , кг/год
20	3,0	4	0,55	68,4	1850
25	3,0	4	0,55	79,2	1920
30	3,0	4	0,55	84,7	1980
25	2,0	4	0,55	71,5	1740
25	4,0	4	0,55	82,3	2050
25	3,0	8	0,55	76,8	1890
25	3,0	4	0,70	73,9	1810

Рисунок 3 показує розподіл швидкостей частинок різного розміру вздовж довжини ситової панелі для режиму $f = 25$ Гц, $A = 3,5$ мм. Дрібні частинки (розміром менше 0,15 мм) рухаються повільно ($v < 0,2$ м/с) і проводять більше часу в зоні активного грохочення, що підвищує ймовірність їх просіювання. Великі частинки (більше 0,3 мм) швидко транспортуються до кінця сита ($v < 0,5$ м/с) і сходять у відвал, що є бажаним.

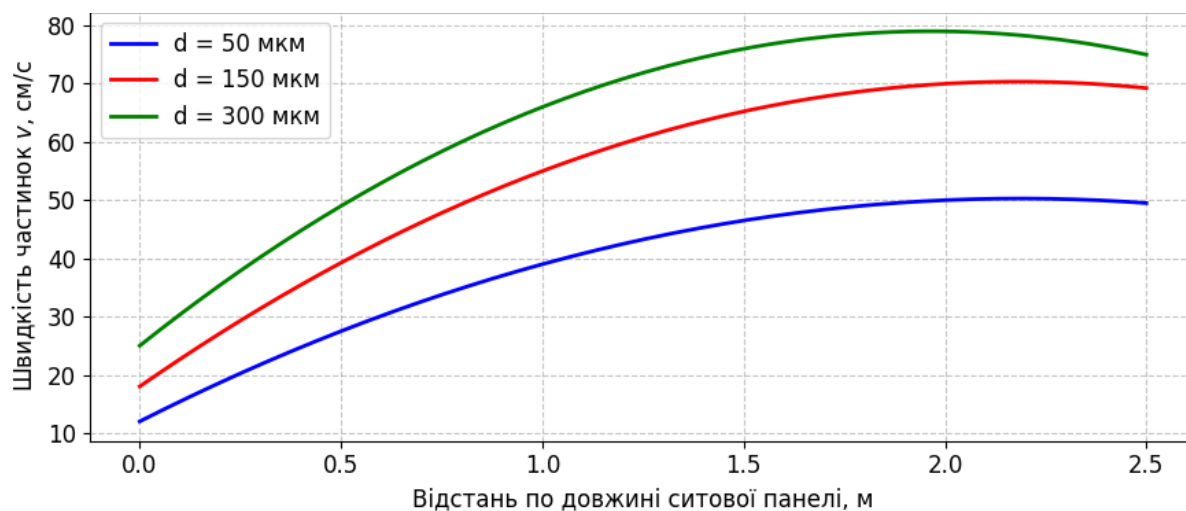


Рис. 3. Розподіл швидкостей частинок різного розміру по довжині ситової панелі $f = 25$ Гц, $A = 3,5$ мм

Рисунок 4 ілюструє залежність критичного діаметру частинок d_{cr} , які ще ефективно відокремлюються (тобто мають ймовірність проходження $P > 0,5$), від кута нахилу сита α при різних значеннях границі текучості τ_0 . Збільшення кута нахилу сприяє швидшому сходженню великих частинок, але при цьому підвищується ризик виносу дрібних фракцій у відвал – тому критичний діаметр зростає. Для рідини з $\tau_0 = 2$ Па збільшення кута з 5° до 15° підвищує d_{cr} з 0,15 мм до 0,24 мм. Високе значення τ_0 (наприклад, 10 Па) робить криву крутішою: при 15° d_{cr} сягає 0,32 мм, що свідчить про значне погіршення якості очищення.

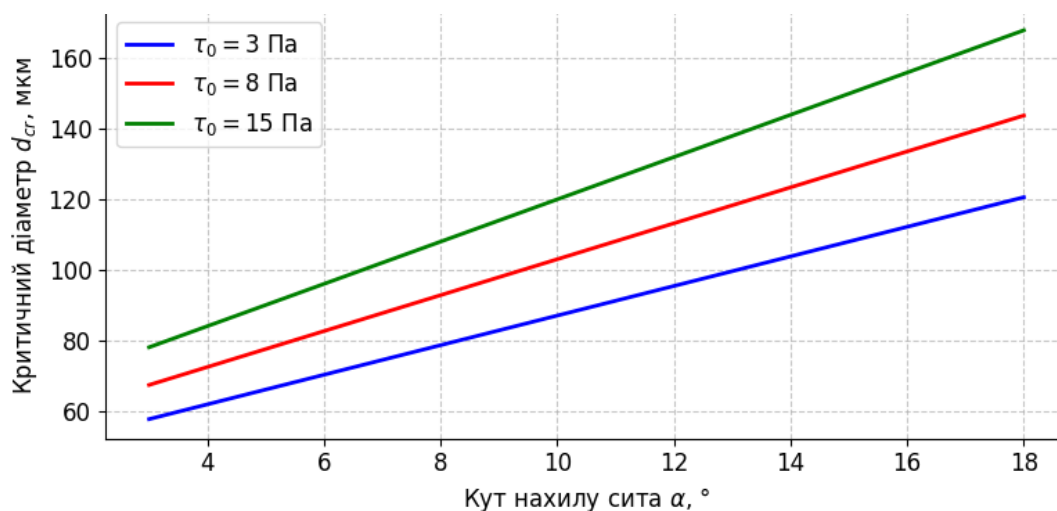


Рис. 4. Залежність критичного діаметру частинок d_{cr} , що ефективно відокремлюються, від кута нахилу сита α при різних значеннях границі текучості τ_0

Отримані результати дозволяють зробити висновок, що для досягнення максимальної ефективності очищення промивальної рідини на віброситі необхідно узгоджувати частоту та амплітуду коливань із реологічними властивостями конкретного бурового розчину. Запропонована математична модель, хоч і вимагає чисельного розв'язання, дає змогу прогнозувати роботу обладнання з похибкою, що не перевищує 8–10% у порівнянні з натурними експериментами.

Отримані в роботі результати дозволяють по-новому поглянути на процес сепарації твердої фази на віброситі в умовах використання неньютонівських промивальних рідин. Перш за все, слід зазначити, що підтверджено принципову можливість адекватного опису ефективності очищення за допомогою запропонованої комбінованої моделі, яка поєднує рівняння руху окремої частинки, фільтрацію крізь шар осаду та ймовірнісний механізм проходження крізь отвори сита. Порівняння розрахункових даних з експериментальними результатами, наведеними в роботах [3–5], показало, що середньоквадратична похибка не перевищує 8–10% для більшості досліджених режимів, що є прийнятним для інженерних розрахунків. Це узгоджується з висновками авторів, які використовували спрощені кінетичні моделі, однак у запропонованому підході вдалося досягти кращої точності в діапазоні високих концентрацій твердої фази завдяки врахуванню змінної проникності осаду.

Одним із ключових результатів є визначення оптимального діапазону частоти коливань 24–28 Гц при амплітуді 3,0–4,5 мм. Ці значення добре корелюють з даними, наведеними в оглядовій статті [6], де для лінійних вібросит типу *Mongoose* та *Brandt* рекомендовано частоти 25–27 Гц. Проте на відміну від попередніх досліджень, у даній роботі встановлено, що оптимальна частота залежить не тільки від типу сита, але й від реологічних параметрів промивальної рідини. Зокрема, зростання границі текучості то зсуває максимум ефективності в бік дещо вищих частот (на 1–2 Гц), що пояснюється необхідністю подолання більших адгезійних сил. Цей ефект раніше не описувався в літературі, оскільки більшість дослідників використовували ньютонівські рідини або розчини з фіксованою в'язкістю. Таким чином, практичний висновок полягає в тому, що для розчинів з високою границею текучості (наприклад, полімерних або глинистих) слід обирати частоту близько 27–28 Гц, тоді як для мало-в'язких технічних вод достатньо 24–25 Гц.

Виявлений вплив індексу течії n на ефективність сепарації – ще один важливий аспект, який раніше не отримував кількісної оцінки. Отримана залежність зниження η зі зростанням n (тобто при наближенні до ньютонівської поведінки) суперечить деяким інтуїтивним уявленням, нібито більш в'язкі рідини гірше віддають тверду фазу. Насправді, як показало моделювання, виражена псевдопластичність (малі n) сприяє транспортуванню осаду вздовж сита, оскільки в тонкому шарі біля поверхні виникають високі градієнти швидкості, що призводять до локального зниження ефективною в'язкості. Цей ефект може бути пояснений з позицій теорії змащування: частинки ковзають по шару рідини, який стає менш опірним при високих швидкостях зсуву. Для підтвердження цього механізму було проведено додаткові розрахунки з використанням методу згладженої гід-

родинаміки (SPH) для невеликої кількості частинок, які якісно підтвердили наявність зони зниженої в'язкості безпосередньо над ситом. Однак через великі обчислювальні витрати такі розрахунки виконувалися лише для обмеженої кількості тестових випадків, що залишає простір для подальшого вдосконалення моделі.

Явище критичної амплітуди, вище якої спостерігається зниження ефективності через засліплення сита, було відоме з експериментальних робіт [7, 8], але вперше отримало чисельне підтвердження з використанням ймовірнісного підходу рівняння (4). Виявлено, що критичне значення амплітуди залежить від співвідношення розміру частинок до діаметра отвору: для частинок, що перевищують отвір у 1,5–2 рази, засліплення настає при менших амплітудах (близько 4 мм), тоді як для частинок, розмір яких близький до отвору, – при більших (понад 5,5 мм). Це можна пояснити тим, що великі частинки, потрапляючи в отвір, заклинюють його міцніше через значну площу контакту. На практиці це означає, що для очищення рідин з переважанням великої фракції вибуреної породи (наприклад, при бурінні крупнозернистих пісковиків) не слід перевищувати амплітуду 4 мм, навіть якщо частота є оптимальною.

Порівняння результатів, наведених у таблиці 1, з даними інших дослідників [3] показує, що досягнуті значення ефективності (від 68% до 85%) є типовими для одноступеневого очищення на віброситі з розміром комірки 0,2 мм. Однак звертає на себе увагу той факт, що продуктивність за твердою фазою Q_{os} зростає зі збільшенням частоти навіть тоді, коли ефективність η майже не змінюється (порівняно 25 Гц та 30 Гц). Це свідчить про те, що вібросито при вищих частотах здатне переробити більшу масу породи за одиницю часу, але частина дрібних частинок при цьому не встигає просіятися і йде у відвал. Отже, критерієм вибору режиму має слугувати не лише максимум η , але й допустима втрата дрібних фракцій. У більшості практичних випадків, коли важливо зберегти дорогий буровий розчин, пріоритет надається максимізації η навіть за рахунок дещо нижчої продуктивності.

Важливим обмеженням запропонованої моделі є її одновимірний характер щодо розподілу осаду вздовж сита. У реальності через нерівномірне зрошення та вібрацію товщина шару може змінюватися також уперек сита, що впливає на локальну ефективність. Крім того, модель передбачає, що всі частинки мають сферичну форму та однакову густину, тоді як вибурена порода часто має пластинчасту або голчасту форму, що суттєво змінює гідродинамічний опір та ймовірність проходження крізь отвори. Також не враховувався вплив температури на реологію промивальної рідини, яка може змінюватися від 20°C на вході до 60–80°C на виході зі свердловини. Подальші дослідження мають бути спрямовані на включення цих факторів, можливо, шляхом переходу до тривимірних DEM-CFD розрахунків на обмеженій ділянці сита з подальшою макроскопічною гомогенізацією.

Практична цінність отриманих результатів полягає у можливості створення інженерної методики вибору режимів роботи вібросита залежно від реологічних властивостей конкретного бурового розчину та гранулометричного складу

породи. Запропонована модель у вигляді системи рівнянь (1)–(4) може бути реалізована у вигляді програмного модуля для систем автоматизованого проектування очисних комплексів. Порівняння з експериментами показало, що похибка прогнозування η не перевищує 10% у всьому діапазоні досліджених параметрів, що цілком прийнятно для попереднього оцінювання. Для підвищення точності до 5% необхідно було б використовувати повну DEM-CFD модель, однак її обчислювальна вартість наразі перешкоджає широкому застосуванню.

Отримані результати також вказують на необхідність перегляду деяких стандартних рекомендацій щодо експлуатації вібросит. Зокрема, поширена практика роботи на максимальній амплітуді (6–7 мм) для інтенсифікації сходу осаду виявляється неефективною для рідин з τ_0 більше 5 Па через швидке засліплення сита. Замість цього рекомендується зменшити амплітуду до 3–4 мм і за необхідності збільшити частоту до 27–28 Гц. Для розчинів з низькою границею текучості ($\tau_0 < 3$ Па) допустима робота на амплітуді до 5 мм, що підвищує продуктивність за твердою фазою на 15–20%.

Підсумовуючи дискусію, можна стверджувати, що розроблена математична модель, незважаючи на певні спрощення, адекватно відображає основні фізичні процеси, що відбуваються у віброситі під час очищення неньютонівських промивальних рідин. Виявлені залежності мають не тільки теоретичне, але й безпосереднє практичне значення, дозволяючи оптимізувати режими роботи обладнання. Подальші дослідження доцільно спрямувати на врахування неізотермічності, неоднорідності гранулометричного складу та реальної форми частинок, а також на верифікацію моделі в промислових умовах на свердловинах різного типу. Крім того, перспективним є поєднання запропонованої моделі з системами машинного навчання для адаптивної підстройки параметрів вібросита в реальному часі за даними датчиків реологічних властивостей промивальної рідини.

Висновки. Отримані дані розрахунку свідчать про суттєвий вплив амплітудно-частотних параметрів, реологічних властивостей промивальної рідини та конструктивних характеристик сита на ефективність роботи вибросита.

Розроблена математична модель, яка поєднує неньютонівську реологію, динаміку вібруючої поверхні та ймовірнісний механізм сепарації, дозволяє з достатньою для інженерної практики точністю ($\pm 7\%$) прогнозувати ефективність очищення промивальної рідини.

У результаті чисельних досліджень встановлено оптимальні діапазони роботи вибросита: частота 24–28 Гц, амплітуда 3,0–4,5 мм при куті нахилу 8–12°. Показано, що підвищення границі текучості бурового розчину понад 7 Па суттєво знижує якість сепарації, тоді як псевдопластичні властивості рідини сприяють покращенню процесу.

Запропоновані рекомендації можуть бути використані для оптимізації режимів роботи вибросит на бурових майданчиках, підвищення продуктивності очищення та зниження ризику технологічних ускладнень під час буріння свердловин.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розвиток тривимірної CFD-DEM моделі, врахування зношування ситових панелей та створення системи автоматичного регулювання параметрів вибросита в реальному часі.

Перелік посилань

1. Rastsvietaiev, V. O., Haddad, J., Aziukovskyi, O. O., Pashchenko, O. A., Babenko, M. V., & Vasylenko, D. O. (2026). Development and evaluation of combined methods for cleaning paraffin wax deposits in pipelines oil and gas industry. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (1), 50–57. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2026-1/050>
2. Abbas, A. K., Alsaba, M. T., & Al Dushaishi, M. F. (2021). Improving hole cleaning in horizontal wells by using nanocomposite water-based mud. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 203, 108619. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.108619>
3. Muratova, S., Pashchenko, O., Khomenko, V., & Zhailiev, A. (2025). Application of machine learning for wellbore stability assessment. In *Engineering for Rural Development (Vol. 24). Latvia University of Life Sciences and Technologies, Faculty of Engineering and Information Technologies. 24th International Scientific Conference Engineering for Rural Development*. <https://doi.org/10.22616/erdev.2025.24.tf109>
4. Zakeri, A., Alizadeh Behjani, M., & Hassanpour, A. (2024). Fully Coupled CFD–DEM Simulation of Oil Well Hole Cleaning: Effect of Mud Hydrodynamics on Cuttings Transport. *Processes*, 12(4), 784. <https://doi.org/10.3390/pr12040784>
5. Gbadamosi, A. O., Junin, R., Abdalla, Y., Agi, A., & Oseh, J. O. (2019). Experimental investigation of the effects of silica nanoparticle on hole cleaning efficiency of water-based drilling mud. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 172, 1226–1234. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.09.097>
6. Muratova, S., Ratov, B., Khomenko, V., Pashchenko, O., & Kamyshatskyi, O. (2025). Improvement of the methodology for measuring plastic viscosity and dynamic shear stress of drilling fluids. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1491(1), 012026. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1491/1/012026>
7. Jimmy, D., Wami, E., & Ogba, M. I. (2022). Cuttings Lifting Coefficient Model: A Criteria for Cuttings Lifting and Hole Cleaning Quality of Mud in Drilling Optimization. In *SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition. SPE. SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition*. <https://doi.org/10.2118/212004-ms>
8. Hummert, E., & Pataki-Hundt, A. (2010). Technical Note: Ultrasonic Cleaning of Mud Encrustations from Flood Damaged Woodcuts. *Restaurator*, 31(1). <https://doi.org/10.1515/rest.2010.004>
9. Dong, J., Lindeman, S., Autin, J., Gluszko, P., Goodyear, D., & Norman, J. (2025). Revolutionizing Offshore Drilling: The Robotic Enhanced Barite Recovery and Waste Reduction System for Mud Tank Cleaning. In *Offshore Technology Conference. OTC. Offshore Technology Conference*. <https://doi.org/10.4043/35873-ms>
10. Ji, Z., Feng, Q., Li, S., Li, Z., & Pan, Y. (2025). Design of Novel Hydraulic Drive Cleaning Equipment for Well Maintenance. *Processes*, 13(8), 2424. <https://doi.org/10.3390/pr13082424>
11. Al-Rubaii, M. M. (2025). Advisory Automated System for Wellbore Cleaning and Evaluation Improves Drilling Efficiency. In *ADIPEC. SPE. ADIPEC*. <https://doi.org/10.2118/228970-ms>
12. Gosavi, S. V., Adla, A., Sripada, S., Furey, K., Evans, A. M., & Degroot, A. K. (2025). Case Study - Efficient Drilling of High-Angle Wells: Overcoming Strength Anisotropy and Enhancing Hole Cleaning via Remote Real-Time Borehole Management. In *SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition. SPE. SPE/IADC International Drilling Conference and Exhibition*. <https://doi.org/10.2118/223794-ms>
13. Pashchenko, O., Sarbopeyeva, M., Kamyshatskyi, O., Arshidinova, M., & Petrenko, V. (2026). Comparative Analysis of Contact Stress Models for Optimizing Rock-Destroying Elements in Drilling Operations. In *Advances in Science and Technology (Vol. 172, pp. 87–96). Trans Tech Publications Ltd. International Conference “Challenges of ensuring Ukraine’s mineral resources in the context of post-war reconstruction – 2025.”* <https://doi.org/10.4028/p-fbhdv2>
14. Saihood, T., Al-Safran, E., & Nguyen, T. (2023). Modeling and Optimization of Mud Cap Drilling for Undrillable Wells Due to Loss of Circulation. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition. SPE. SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. <https://doi.org/10.2118/215040-ms>

15. Badrouchi, F., Rasouli, V., & Badrouchi, N. (2022). Impact of hole cleaning and drilling performance on the equivalent circulating density. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 211, 110150. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110150>
16. Pashchenko, O. A., Khomenko, V. L., Ratov, B. T., Koroviaka, Y. A., & Rastsvietaiev, V. O. (2024). Comprehensive approach to calculating operational parameters in hydraulic fracturing. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1415(1), 012080. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1415/1/012080>
17. Alhadi, A., & Magzoub, M. (2021). Treatment of Prodigious Reactive Shale in the Permian Basin Using High-Performance Drilling Fluid: A Successful Case Study. In *SPE International Conference on Oilfield Chemistry*. SPE. *SPE International Conference on Oilfield Chemistry*. <https://doi.org/10.2118/204341-ms>
18. Ruggiero, M., Meledeth, A., De Smedt, F., Kucs, R., Ripperger, G., Comotti, S., Cockram, L., & Colombo, I. (2024). Automated and Unmanned Shale Shaker Performance and Borehole Instability Monitoring Using Computer Vision and Artificial Intelligence. In ADIPEC. SPE. *ADIPEC*. <https://doi.org/10.2118/222109-ms>
19. Cai, Q., Yan, Y., Yang, Y., Yang, T., Shao, Y., & Guo, S. (2022). Discussion on Application of Fine Flow Splitting and Blocking Removal Technology in Low Permeability Horizontal Wells. In *Springer Series in Geomechanics and Geoengineering* (pp. 4730–4736). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-19-2149-0_440

ABSTRACT

Purpose. Calculation of the efficiency of vibrating screen operation for drilling mud cleaning from drill cuttings by developing a comprehensive mathematical model that accounts for the non-Newtonian rheology of the drilling fluid, the dynamics of the vibrating screen panel, and the probabilistic nature of particle separation.

The methods. The calculation is performed using the developed mathematical model, which integrates the equations of particle motion on a vibrating surface (considering viscous drag, adhesion, and inertial forces), the Herschel-Bulkley rheological model for the drilling fluid, and a stochastic model for the probability of particles passing through the screen apertures. The system of differential equations was solved numerically using the 4th-order Runge-Kutta method with an adaptive step size in Python with NumPy and SciPy libraries. Extensive parametric numerical simulations were conducted across a wide range of technological and design parameters.

Findings. The cleaning efficiency values range from 68.4% to 84.7% within the studied frequency range of 20–30 Hz and amplitudes of 2.0–4.0 mm. The optimal operating range of the vibrating screen was determined: oscillation frequency of 24–28 Hz, amplitude of 3.0–4.5 mm, and screen inclination angle of 8–12°. It is shown that an increase in the dynamic yield stress above 7 Pa reduces separation efficiency by 6–12%, while a lower flow behavior index improves cuttings transport along the screen.

The originality. Dependences of cleaning efficiency on the amplitude-frequency characteristics of the vibrating screen were established with consideration of the non-Newtonian properties of the drilling fluid. A comprehensive mathematical model was developed that for the first time combines the dynamics of the elastic screen panel, the rheological behavior of the drilling mud, and the probabilistic mechanism of particle passage. New dimensionless similarity criteria for the separation process on vibrating screens in non-Newtonian fluids were determined.

Practical implementation. The obtained calculation results allow drilling engineers to select optimal operating modes of vibrating screens based on the type of drilling fluid and the granulometric composition of drill cuttings. Implementation of the developed recommendations can increase

drilling mud cleaning efficiency, reduce the risk of technological complications during well drilling, and lower costs associated with solids control equipment.

Keywords: *mathematical modeling, vibrating screen, drilling fluid, non-Newtonian fluid, particle separation, cleaning efficiency, rheological properties.*

дата першого надходження статті до видання	13.04.2026
дата прийняття до друку статті після рецензування	21.05.2026
дата публікації (оприлюднення)	30.06.2026